

Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 8

na dzień 3.12.2025. środa 16:35

sala A-1-13

Rozpad beta jądra atomu trytu.

Tryt jest atomem, w którym jądro składa się z dwóch neutronów i jednego protonu. W przybliżeniu nieskończenie ciężkiego jądra poziomy energetyczne atomu trytu są identyczne z poziomami zwykłego atomu wodoru. W chwili t_1 jeden neutron w jądrze trytu rozpada się na proton, który pozostaje w jądrze, elektron o energii mniej więcej 15 keV i antyneutrino elektronowe. Rozpad zachodzi na tyle szybko, że funkcja falowa elektronu związanego w jądrze trytu (zakładamy, że elektron był w stanie podstawowym) pozostaje nie zmieniona. Jednakże nie jest to stan dozwolony dla nowopowstałego zjonizowanego atomu helu, gdyż ładunek elektryczny jądra helu jest równy $2e$. Oczywiście energia takiego układu jest większa od energii helu w stanie podstawowym. Celem zadania jest przedyskutowanie, co stanie się z elektronem związanym w atomie, a w szczególności, czy może on „wylecieć” jako elektron swobodny.

1. Proszę przypomnieć sobie rozwiązania na poziomy energetyczne w atomie wodoropodobnym. W szczególności chodzi o strukturę poziomów i ich degenerację, definicję promienia Bohra, funkcję falową stanu podstawowego.
2. Na początku elektron znajdował się w stanie podstawowym hamiltonianu dla atomu trytu, który oznaczmy jako $|\psi_1\rangle$. Obliczyć (podając wartość numeryczną) średnią wartość energii zjonizowanego atomu helu w tym stanie (czyli $\bar{E} = \langle \psi_1 | H_{\text{He}} | \psi_1 \rangle$) i porównać z energiami pierwszych kilku poziomów zjonizowanego atomu helu.
3. Napisać wzór na amplitudę prawdopodobieństwa, że elektron w stanie $|\psi_1\rangle$ znajdzie się w stanie $|n, l, m\rangle$ zjonizowanego atomu helu. Które z tych amplitud nie znikają? Obliczyć tę amplitudę dla stanu podstawowego $|1, 0, 0\rangle$ oraz podać odpowiadające mu prawdopodobieństwo p_1 (numerycznie). Obliczyć średni przyczynek do energii $\bar{E}$ od stanu podstawowego zdefiniowany jako

$$\bar{E}_1 = p_1 E_1^{\text{He}}.$$

4. Numerycznie obliczono, że

$$p_2 = \frac{1}{4}, \quad \sum_{n=3}^{\infty} p_n = 0.02137 \quad (1)$$

oraz

$$\sum_{n=3}^{\infty} p_n \frac{1}{n^2} = 0.00177. \quad (2)$$

Mając te dane obliczyć całkowite prawdopodobieństwo, że po rozpadzie beta elektron będzie w jakimkolwiek stanie związanym jonu helu i odpowiadającą tej sytuacji średnią energię. Czy elektron może „wylecieć”? Jeżeli tak, to ile wynosi prawdopodobieństwo „wylotu” i całkowita energia wylatującego elektronu?