

1. Znajdź rozwinięcia binarne liczb

(a) $1/10$,

(b) $1/3$.

2. Rozwiąż poniższe układy równań:

$$\begin{cases} 2x + 6y & = 8 \\ 2x + 6.00001y & = 8.00001 \end{cases} \quad (1a)$$

$$\begin{cases} 2x + 6y & = 8 \\ 2x + 5.99999y & = 8.00002 \end{cases} \quad (1b)$$

Jak można graficznie zilustrować ten stan rzeczy?

3. Niech $\|\mathbf{x}\|$ będzie normą euklidesową wektora $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ będzie macierzą kwadratową. **Normą indukowaną** macierzy nazywam wielkość

$$\|\mathbf{A}\| = \max_{\|\mathbf{x}\|=1} \|\mathbf{Ax}\| \quad (2)$$

Znajdź normy indukowane następujących macierzy:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3b)$$

Wskazówka: Zastosuj metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a.

4. Udowodnij, że norma indukowana macierzy ortogonalnej wynosi 1.

5*. Definicję normy indukowanej macierzy można uogólnić także na macierze niekwadratowe. Znajdź normę macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$