

1. *Interpolacja Hermite'a*. Pokazać, że wielomian interpolacyjny Hermite'a zgadza się ze stabilizowaną funkcją i jej pochodną w węzłach.
2. Podać, dla jakich liczb a, b, c, d funkcja

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x + 1 & x \in [0, 1] \\ a + b(x-1) + c(x-1)^2 - \frac{1}{2}(x-1)^3 & x \in [1, d] \end{cases} \quad (1)$$

tworzy naturalny splajn kubiczny na przedziale $[0, d]$.

3. W każdym przedziale przedziale $[x_j, x_{j+1}]$ interpolujemy za pomocą wzoru

$$y(x) = A(x)f_j + B(x)f_{j+1} + C(x)\xi_j'' + D(x)\xi_{j+1}'', \quad (2)$$

gdzie

$$A = \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j}, \quad C = \frac{1}{6}(A^3 - A)(x_{j+1} - x_j)^2, \quad (3a)$$

$$B = \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j}, \quad D = \frac{1}{6}(B^3 - B)(x_{j+1} - x_j)^2. \quad (3b)$$

Pokazać, że $y(x_j) = f_j$, $y(x_{j+1}) = f_{j+1}$, $y''(x_j) = \xi_j''$, $y''(x_{j+1}) = \xi_{j+1}''$. Żądając ciągłości pierwszej pochodnej $y(x)$ w węzłach, wyprowadzić układ równań na nieznane wielkości ξ_j'' .

4. *Interpolacja wymierna, algorytm Floatera i Hormanna*

- (a) Pokazać, że w przypadku równoodległych węzłów, wagi $\{w_i\}$ są dane wzorem podanym na wykładzie.
- (b) Wyliczyć wagi $\{w_i\}$ dla $n = 65$ węzłów i parametru $d = 3$.

PFG