

1. Znajdź faktoryzację LU macierzy

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. Rozwiąż równanie

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 11 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gdzie \mathbf{A} jest macierzą (1), zaś \mathbf{x} jest wektorem niewiadomych.

3. Korzystając z wyników zadania 1, znajdź macierz odwrotną do macierzy (1). Sprawdź bezpośrednim rachunkiem, że znaleziona macierz jest poprawna.
4. Znajdź faktoryzację LDL macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

5. Niech

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Skonstruuj macierz Householdera opartą na tym wektorze

$$\mathbf{P} = \mathbb{I} - 2 \frac{\mathbf{u}\mathbf{u}^T}{\mathbf{u}^T\mathbf{u}} \quad (5)$$

i znajdź jej wartości własne i odpowiadające im wzajemnie ortogonalne unormowane wektory własne.

6. Uogólnienie poprzedniego zadania. Niech $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$. Znajdź wartości własne ogólnego operatora Householdera o strukturze (5). Co można powiedzieć o wektorach własnych tego operatora?
7. Przy pomocy obrotów Givensa rozwiąż układ równań

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrcl} 4x & + & y & & & & & & & = & -1 \\ x & + & 4y & + & z & & & & & = & 2 \\ & & y & + & 4z & & & & & = & -1 \end{array} \quad (6)$$

To nie są zadania numeryczne, tylko do rozwiązania “na papierze”.

PFG