1. Niech liczby $y_1 = 0.9863$ i $y_2 = 0.0028$ będą poprawnie zaokrąglonymi przybliżeniami odpowiednio liczb x_1 i x_2. Znajdź maksimum różnicy między obliczonymi i dokładnymi wartościami $1/x_1$ i $1/x_2$.

2. Znajdź rozwinięcia binarne liczb

   (a) $1/10$,

   (b) $1/3$.

3. Rozwiąż poniższe układy równań:

$$\begin{cases} 2x + 6y & = 8 \\ 2x + 6.00001y & = 8.00001 \end{cases} \tag{1a}$$

$$\begin{cases} 2x + 6y & = 8 \\ 2x + 5.99999y & = 8.00002 \end{cases} \tag{1b}$$

   Jak można graficznie zilustrować ten stan rzeczy?

4. Niech $\|\mathbf{x}\|$ będzie normą euklidesową wektora $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ będzie macierzą kwadratową. **Normą indukowaną** macierzy nazywam wielkość

$$\|\mathbf{A}\| = \max_{\|\mathbf{x}\|=1} \|\mathbf{A}\mathbf{x}\| \tag{2}$$

   Znajdź normy indukowane następujących macierzy:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{3a}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3b}$$

   Wskazówka: Zastosuj metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a.

5. Udowodnij, że norma indukowana macierzy ortogonalnej wynosi 1.

6*. Definicję normy indukowanej macierzy można uogólnić także na macierze niekwadratowe. Znajdź normę macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

PFG