Mechanika Kwantowa

kurs dla doktorantów 17

20 i 21.03.2000

1. Dkończyć zadanie dotyczące prawdopodobieństwa przejścia dla potencjału $V(x)f(t)$, gdzie funkcja $f(t)$ była zdefiniowana jako suma czynników eksponencjalnych. Przedyskutować końcowy wzór:

$$P(n \to m) = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (E_m - E_n)^2} \right)^2 |V_{mn}|^2 \frac{4 \sin^2 \frac{(E_m - E_n)T}{2\hbar}}{(E_m - E_n)^2}$$

   korzystając z wyniku następnego zadania.

2. Udowodnić wzór z wykładu

$$\lim_{T \to \infty} \left[\frac{\sin\left(\frac{E_m - E_n}{2\hbar} T\right)}{\frac{E_m - E_n}{2}} \right]^2 = \frac{2\pi}{\hbar} T \, \delta(E_m - E_n).$$

3. Wyprowadzić równanie Schrödingera dla cząstki poruszającej się w polu magnetycznym o potencjale wektorowym $\vec{A}$. W tym celu rozpatrzyć ewolucję czasową funkcji falowej o jeden „skok" czasowy:

$$\psi(x, t + \epsilon) = \int d^3\vec{y} \, K(\vec{x}, \vec{y}, \epsilon) \psi(y, t). \tag{1}$$

   Korzystając ze znanej formy K i podanego na wykładzie przepisu na dyskretyzację całki oddziaływania z potencjałem wektorowym, rozwinąć wyrażenia występujące w równaniu (1) z dokładnością do wyrazów rzędu ϵ. W tym celu całkę po $d^3\vec{y}$ zamienić na całkę po $d^3\vec{\eta}$, gdzie $\vec{x} = \vec{y} + \vec{\eta}$. Pokazać, że otrzymany wynik daje się „zwinąć" do Hamiltonianu:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \cdot \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right).$$