Mechanika Kwantowa

kurs dla doktorantów – 16

13 i 14 marzec 2001

1. Wyprowadzić relację komutacji operatorópw pędu i położenia wyliczając:

$$< \chi | m \frac{1}{\epsilon} \left((x_{k+1} - x_k) x_k - x_{k+1} (x_{k+1} - x_k) \right) | \psi > .$$

   WSKAZÓWKA:

   Stany zewnętrzne należy „wyewoluować" do sąsiednich punktów x_k i x_{k+1} a następnie rozwinąć w czasie. W trakcie rachunków należy skorzystać z równania Schrödingera.

2. Znaleźć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału $V(x,t) = V(x) f(t)$, gdzie $f(t)$ dane jest wzorem:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\gamma t}, & t < 0, \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\gamma t}, & 0 < t < \frac{T}{2}, \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\gamma (T-t)}, & \frac{T}{2} < t < T, \\ \frac{1}{2} e^{-\gamma (t-T)}, & T < t. \end{cases}$$

   Odpowiedź:

$$P(n \to m) = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (E_m - E_n)^2} \right)^2 |V_{mn}|^2 \frac{4 \sin^2 \frac{(E_m - E_n) T}{2\hbar}}{(E_m - E_n)^2}.$$

3. Udowodnić wzór z wykładu

$$\lim_{T \to \infty} \left[\frac{\sin \left(\frac{E_m - E_n}{2\hbar} T \right)}{\frac{E_m - E_n}{2}} \right]^2 = \frac{2\pi}{\hbar} T \, \delta(E_m - E_n).$$