Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 10 – 9 i 10.1.2001

1. Wyprowadzić półklasyczny warunek kwantowania dla nieskończonej studni potencjału i wyliczyć poziomy energetyczne. Porównać z wynikiem dokładnym.

2. Rozpatrzyć ruch o zadanej energii E w potencjale $V(x)$. Wykazać, że dla ruchu od x_1 do x_2 w czasie T zachodzi:

$$\frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{1}{2\sqrt{E - V(x_1)}\sqrt{E - V(x_2)}} \frac{\partial E}{\partial T}.$$

3. Rozważyć ruch euklidesowy $x_1 \to x_2$ $(x_1 < x_2)$ w czasie T o zadanej energii E w potencjale $V(x) = \kappa(x^2 - a^2)^2$. Dla ruchów bez zawracania jest oczywiste, że jeśli $T \to \infty$, to $x_1 \to -a$, $x_2 \to a$ i $E \to 0$. Wykazać, że w tej granicy

$$E = -8a^2 e^{-T}.$$

   WSKAZÓWKA. Skorzystać ze znanego wzoru na T. Osobliwą całkę rozbić na część skończoną i rozbieżną w granicy $E = 0$ odejmując i dodając wyrażenie $((x-a)^2 + 2E)^{-1/2}$. W części skończonej można od razu położyć $E = 0$, a część rozbieżną trzeba policzyć dokładnie.