Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 7 – 5.12.2000

1. Znaleźć propagator dla oscylatora harmonicznego z siłą wymuszającą (dokończenie zadania z poprzedniego zestawu).

2. Wyliczyć propagator dla oscylatora harmonicznego ze stałą siłą wymuszającą całkując ogólny wzór z poprzedniego zadania. Porównać ze wzorem otrzymanym bezpośrednim rachunkiem, polegającym na dopełnieniu funkcji Lagrange'a do pełenego kwadratu i odpowiedniej zamianie zmiennych. W tych nowych zmiennych Lagrangian ma postać stałej plus Lagragian dla oscylatora niewymuszonego.

3. Znaleźć jądro K dla cząstki opisanej funkcją Lagrange'a:

$$L = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + fx.$$

   Rachunek można wykonać albo bezpośrednio, albo ze wzoru na propagator oscylatora wymuszonego stałą siłą, badając granicę $\omega \to 0$.

4. Cząstka o masie m i ładunku e porusza się w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Funkcja Lagrange'a dla tego przypadku ma postać:

$$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}).$$

   Wyliczyć propagator dla ruchu od punktu $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ do punktu $\vec{b} = (x_b, y_b, z_b)$ w czasie T. Sprawdzić wzór Van Vleck'a wyliczając

$$\det\left(-\frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial\vec{a}\partial\vec{b}}\right).$$

   Wsakzówka: Działanie S_{cl} najlepiej wyliczyć we współrzędnych walcowych:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z.$$

   Po wyliczeniu funkcji Lagrange'a w tych zmiennych okaże się, że wygodnie jest użyć nowej zmiennej $\phi = \varphi + \omega t/2$, gdzie $\omega = eB/mc$. Odpowiada to przejściu do układu obracającego się z prędkością $\omega/2$. W tym nowym układzie funkcja Lagrange'e separuje się na trzy niezależne funkcje opisujące ruch cząstki swobodnej i dwa oscylatory harmoniczne. Pozwala to na natychmiastowe napisanie propagatora, który następnie trzeba przepisać w zmiennych wyjściowych.

UWAGA! Ze względu na polsko-francuskie seminarium, które odbędzie się we środę 6.12.2000, proponuję, aby wyjątkowo ćwiczenia dla obu grup odbyły się we wtorek o godz 8:30.