Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 6
na dzień 29.11.2023. środa 16:35
sala A-1-03

Mieszanie neutrin
Jedną z cech oddziaływań słabych (rozpad beta), jest to, że stany własne hamiltonianu oddziaływania są różne od stanów własnych hamiltonianu swobodnego. Dotyczy to zarówno kwarków jak i neutrin. W przypadku neutrin stany własne hamiltonianu swobodnego (zwane też stanami masowymi) oznaczamy $|\nu_i\rangle$, gdzie $i = 1, 2, 3$ (choć na początek „dla rozgrzewki" przyjmiemy, że mamy tylko dwa takie stany), natomiast stany własne hamiltonianu oddziaływania (a więc takie te stany które „widzimy" w detektorze, gdyż detekcja odbywa się poprzez oddziaływanie słabe neutrina z materiałem w detektorze) zwane stanami fizycznymi, to $|\nu_\alpha\rangle$, gdzie $\alpha = e$, μ, τ. Wiadomo, że masy $m_{1,2,3}$ są mniejsze od ułamka elektronovolta (masa elektronu to 0.5 MeV, czyli 500 000 razy więcej), natomiast różnice ich kwadratów $\Delta m_{ij}^2 = \left|m_i^2 - m_j^2\right|$: $\Delta m_{12}^2 \sim 7.1 \times 10^{-5}\text{eV}^2$, $\Delta m_{32}^2 \sim 2.5 \times 10^{-3}\text{eV}^2$.

Typowym źródłem neutrin są reaktory jądrowe, które produkują $\bar{\nu}_e$ o energiach rzędu 4 MeV. W górnych warstwach atmosfery cząstki promieniowania kosmicznego produkują neutrina o typowych energiach powyżej 100 MeV. Z kolei neutrina produkowane przez słońce mają energie rzędu kilkunastu MeV.

1. Na poprzednich ćwiczeniach wprowadziliśmy parametr długości L zdefiniowany jako

$$L = \frac{4\pi\hbar p}{\Delta m_{12}^2}. \tag{1}$$

gdzie $\Delta m_{ij}^2 = \left|m_i^2 - m_j^2\right|$.

Należało obliczyć L dla $E \simeq pc = 4$ MeV oraz $\Delta m_{12}^2 c^4 \simeq 10^{-4}$ eV^2. W tym celu warto sobie przypomnieć przybliżoną wartość przelicznika

$$\hbar c \simeq 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 2 \times 10^{-10} \text{ eV} \cdot \text{km},$$

gdzie 1 fm $= 10^{-15}$ m. Wówczas

$$L = 4\pi\, \hbar c\, pc\, \frac{1}{\Delta m_{12}^2 c^4} = \underbrace{(12.5 \cdot 2 \cdot 4)}_{=100} \times 10^{-4} \left[\text{eV}^2\,\text{km}\right] \frac{1}{10^{-4}\left[\text{eV}^2\right]} = 100\ [\text{km}]\,.$$

Przyjmując, że odległość pokonana przez neutrino w czasie t wynosi $l = ct$ wykreślić (np. przy pomocy pakietu *Mathematica*) obliczone na poprzednich zajęciach prawdopodobieństwo *przeżycia* neutrina elektronowego $P_e(l)$.

2. Detekcja (antyneutrina) zachodzi poprzez reakcję
$$\bar{\nu}_l + p \to n + l^+ \tag{2}$$
gdzie $l^+ = \bar{e}, \bar{\mu}$. Czy można przy jej pomocy zaobserwować $\bar{\nu}_\mu$ jeżeli energia takiego neutrina wynosi 4 MeV? Masy cząstek wchodzących w tę reakcję wynoszą
$$m_\mu c^2 = 106 \text{ MeV}, \; m_p c^2 = 938.27 \text{ MeV}, \; m_n c^2 = 939.57 \text{ MeV}.$$

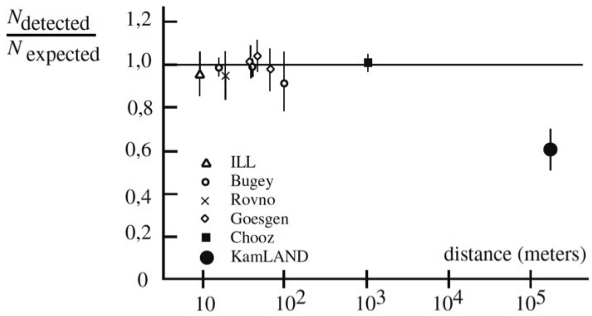
3. Dokładność detektorów zliczających neutrina poprzez reakcję (2) wynosi około 10%. Zakładając maksymalne mieszanie, tj. $\theta = \pi/4$, obliczyć minimalną odległość l_{min}, gdzie należy umieścić detektor, aby zaobserwować znaczący ubytek antyneutrin elektronowych powstałych w reaktorze. Jak l_{min} zależy od θ? Dla jakiego kąta θ dokładność detekcji 10% jest niewystarczająca, aby dało się zaobserwować oscylacje neutrin?

4. Kilka eksperymentów neutrinowych umieszczonych przy reaktorach dostarczyło następujące wyniki na wielkość, która mierzy prawdopodobieństwo oscylacji $P_e(l) = N_{\text{detected}}/N_{\text{expected}}$, gdzie N_{detected} to liczba zaobserwowanych neutrin, a N_{expected} to liczba oczekiwana bez oscylacji ($\theta = 0$):

odległość [m]	$P_e(l)$
9	0.95
16	0.98
19	0.95
37	1.01
40	0.99
47	1.04
66	0.98
100	0.91
1000	1.01
180000	0.61

które są pokazane na rysunku. Przedyskutować te wyniki nie uwzgledniając ostatniego punktu eksperymentu KamLAND.

5. Eksperyment KamLAND został wykonany w Japoni i polegał na zmierzeniu strumieni neutrin elektronowych pochodzących z wielu różnych reaktorów w Japonii, a także z innych krajów, co sprowadziło się do średniej odległości około 180 km. Posługując się także danymi dotyczącymi neutrin ze słońca KamLAND dofitował kąt mieszania oraz kwadrat różnicy mas
$$\Delta m_{12}^2 c^4 \simeq 7.1\,(\pm 0.4) \times 10^{-5}\,\text{eV}^2, \; \tan^2\theta = 0.45\,(\pm 0.02)$$
Wykreślić $P_e(l)$ dla tych parametrów razem z punktami doświadczalnymi.



$\frac{N_{\text{detected}}}{N_{\text{expected}}}$
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
ILL
Bugey
Rovno
Goesgen
Chooz
KamLAND
distance (meters)
10
10^2
10^3
10^4
10^5