

# Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 3

na dzień 25.10.2023. środa 16:35

sala A-1-03

Zajmiemy się problemem kolapsu funkcji falowej, paradoksem Einsteina-Rosena-Podolskiego i nierównością Bella. Problemy te najlepiej zilustrować przy pomocy pomiarów spinu.

1. Stany własne operatora  $\sigma_z$  (macierz Pauliego) odpowiadające wartościom własnym  $\pm 1$  będziemy oznaczać  $|\pm\rangle$ . Znaleźć stany własne i wektory własne operatora

$$S_\theta = \vec{n}_\theta \cdot \vec{S}$$

gdzie

$$\vec{n}_\theta = \cos \theta \vec{n}_z + \sin \theta \vec{n}_x$$

( $\vec{n}_{z,x}$  wektory jednostkowe skierowane względem osi  $z$  i  $x$ ) a  $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$  jest wektorem operatora spinu ( $S_i = 1/2 \sigma_i$ ,  $\hbar = 1$ ). Obliczyć  $(\vec{S}_\theta)^2$ .

Okazuje się, że wartości własne tego operatora równe są  $\pm 1/2$ , a odpowiadające im stany własne oznaczymy  $|\pm\rangle_\theta$ .

2. Układ znajduje się w jednym ze stanów  $|\pm\rangle_\theta$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że pomiar spinu względem osi wyznaczonej przez wektor  $\vec{n}_\alpha$  da wynik  $\pm 1/2$ ? Obliczyć średnie

$$\theta \langle i | S_\alpha | k \rangle_\theta,$$

gdzie  $i, k = \pm$ .

3. Atom wodoru (elektron i proton) dysocjuje na stan

$$|\psi\rangle = |e : +\rangle_\theta |p : -\rangle_\theta.$$

Następnie dokonujemy pomiaru spinu elektronu względem osi  $\vec{n}_\alpha$  oraz spinu protonu względem osi  $\vec{n}_\beta$ . Obliczyć współczynnik korelacji

$$E_\psi(\alpha, \beta) = \frac{\langle S_\alpha^e \otimes S_\beta^p \rangle_\psi - \langle S_\alpha^e \rangle_\psi \langle S_\beta^p \rangle_\psi}{\sqrt{\langle S_\alpha^e \rangle_\psi^2 \langle S_\beta^p \rangle_\psi^2}}.$$

Jaki jest sens fizyczny otrzymanego wyniku?