Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 2– Kot Schrödingera c.d.

na dzień 18.10.2023. środa 16:35

sala A-1-03

W tym zestawie kontynuujemy badanie właściwości stanów koherentnych oraz konstruujemy superpozycję antynomicznych stanów kwaziklasycznych.

1. Znaleźć średnie położenie $\bar{x} = \langle z|x|z\rangle$ i średni pęd $\bar{p} = \langle z|p|z\rangle$ w stanie koherentnym. Obliczyć średnie odchylenia kwadratowe położenia $\Delta x^2 = \langle z|(x-\bar{x})^2|z\rangle$ i pędu $\Delta p^2 = \langle z|(p-\bar{p})^2|z\rangle$. Zbadać zasadę nieoznaczoności.

2. Znaleźć ewolucję czasową stanu $|z,t\rangle$. W tym celu należy uwzględnić znaną ewolucję czasową stanów $|n,t\rangle$. Znaleźć średnie x i średnie p w stanie $|z,t\rangle$ przyjmując $z = \rho e^{i\varphi}$. Zinterpretować wynik.

3. Otrzymane w poprzednim zadaniu średnie położenie i średni pęd powinny mieć formę oscylacji w czasie z pewnymi amplitudami. Porównać wielkość tych amplitud z nieoznaczonościami położenia Δx i Δp dla $z = \rho e^{i\varphi}$. Kiedy amplitudy te są znacznie większe od nieoznaczoności?

4. Na poprzednich zajęciach obliczyliśmy funkcje falowe stanów koherentnych w reprezentacji położeniowej i pędowej

$$\begin{aligned} \psi_z(\xi) &= e^{-\frac{1}{2}(\xi-\sqrt{2}z)^2}, \\ \tilde{\psi}_z(\pi) &= e^{-\frac{1}{2}(\pi+i\sqrt{2}z)^2}. \end{aligned}$$

   Wykreślić odpowiednie rozkłady prawdopodobieństwa dla $z = \rho$ oraz $z = i\rho$, gdzie ρ jest rzeczywiste.

5. Dla stanu

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\pi/4}\,|z\rangle + e^{i\pi/4}\,|-z\rangle\right)$$

   obliczyć rozkłady prawdopodobieństwa

$$\begin{aligned} P_z(\xi) &\sim \left|e^{-i\pi/4}\psi_z(\xi) + e^{i\pi/4}\psi_{-z}(\xi)\right|^2, \\ P_z(P) &\sim \left|e^{-i\pi/4}\tilde{\psi}_z(P) + e^{i\pi/4}\tilde{\psi}_{-z}(P)\right|^2. \end{aligned}$$

   Przyjąć $z = i\rho$, gdzie ρ jest rzeczywiste. Wykreślić schematycznie te rozkłady zakładając, że ρ jest „duże ”.