Mechanika Kwantowa dla doktorantów
16 zestaw – 16.3.2007
godz 8:30 biblioteka preprintów (obie grupy)

1. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach E_1 i E_2. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. W chwili $t = 0$ włączono stały potencjał zaburzający V. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik?

2. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach $E_1 = E_2 = E$. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. Włączono stały potencjał zaburzający $f(t)V$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik?

3. Hamiltonian opisujący cząstkę o kręcie 1 ma postać

   $$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + 2C\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$

   gdzie A i B są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili $t = 0$ cząstka jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $+\hbar$. Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu.

   WSKAZÓWKA Układ ma następujące energie własne (które trzeba wyliczyć) i odpowiadające im wektory własne:

   $$(E_0 = 2C,\ E_\pm = C \pm \omega), \quad (\vec{e}_0, \vec{e}_\pm),$$

   gdzie $\omega = \sqrt{A^2 + C^2}$ (sprawdzić!!!). Zależne od czasu równanie Schrödingera ma rozwiązania postaci

   $$\psi(t) = \alpha\,\vec{e}_0 \exp(-iE_0 t/\hbar) + \beta\,\vec{e}_+ \exp(-iE_+ t/\hbar) + \gamma\,\vec{e}_- \exp(-iE_- t/\hbar).$$

   Stałe α, β i γ należy wyliczyć z warunku początkowego. Średnia wartość spinu wyraża się wzorem

   $$\langle s_i \rangle (t) = \psi^*(t)\hat{s}_i\psi(t).$$