Mechanika Kwantowa-2
kurs dla doktorantów

1. Na poprzednich ćwiczeniach wyprowadziliśmy wzór Bakera-Campbella-Hausdorffa dla operatora $C(t)$ zdefiniowanego jako:

   $$e^{C(t)} = e^{A}e^{tB}.$$

   Wyprowadziliśmy wzór na pochodną operatora $C(t)$:

   $$\dot{C}(t) = \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-)^{n+1}}{n(n+1)} (z-1)^n\right] B \ ,$$

   gdzie

   $$z = e^{\Delta_A} e^{t\Delta_B} \ .$$

   Proszę wyliczyć kolejne dwa człony rozwinięcia aż do trzech komutatorów. Proszę powtórzyć rachunek dla

   $$e^{C(t)} = e^{tA}e^{B}.$$

   Wyprowadzenie to można znaleźć w dodatku D podręcznika J.M. Normanda „Rotations in Quantum Mechanics".

2. Udowodnić, że

   $$e^{H_0+V} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \prod_{i=1}^{n+1} d\alpha_i \, \delta(1 - \sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k) e^{\alpha_1 H_0} V e^{\alpha_2 H_0} V \ldots V e^{\alpha_{n+1} H_0} \ .$$

   Dowód przeprowadza się wprowadzając „na chwilę" parametr t: $H_0 + tV$ i stosując rozwinięcie Taylora wokół $t = 1$. Można też skorzystać z wyprowadzonego już wzoru na $de^{C(t)}/dt$.

3. Zbadać propagację cząstki przez pojedynczą szczelinę i przedyskutować w tym kontekście zasadę nieoznaczoności (Feynman Hibbs rozdział 3-2).