Mechanika Kwantowa

kurs dla doktorantów 18

15.03.2000

1. Dkończyć zadanie dotyczące prawdopodobieństwa przejścia dla potencjału:

$$V(x,t) = 2\,V(x)\,\cos(\omega t)$$

2. Udowodnić wzór z wykładu

$$\lim_{T\to\infty}\left[\frac{\sin\left(\frac{E_m-E_n}{2\hbar}T\right)}{\frac{E_m-E_n}{2}}\right]^2 = \frac{2\pi}{\hbar}T\,\delta(E_m-E_n).$$

3. Wyprowadzić równanie Schrödingera dla cząstki poruszającej się w polu magnetycznym o potencjale wektorowym $\vec{A}$. W tym celu rozpatrzyć ewolucję czasową funkcji falowej o jeden „skok" czasowy:

$$\psi(x,t+\epsilon) = \int d^3\vec{y}\; K(\vec{x},\vec{y},\epsilon)\psi(y,t). \tag{1}$$

Korzystając ze znanej formy K i podanego na wykładzie przepisu na dyskretyzację całki oddziaływania z potencjałem wektorowym, rozwinąć wyrażenia występujące w równaniu (1) z dokładnością do wyrazów rzędu ϵ. W tym celu całkę po $d^3\vec{y}$ zamienić na całkę po $d^3\vec{\eta}$, gdzie $\vec{x} = \vec{y} + \vec{\eta}$. Pokazać, że otrzymany wynik daje się „zwinąć" do Hamiltonianu:

$$H = \frac{1}{2m}\left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)\cdot\left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right).$$