Mechanika Kwantowa

kurs dla doktorantów 17

8.03.2000

1. Znaleźć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału $V(x,t) = V(x)f(t)$, gdzie $f(t)$ dane jest wzorem:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{\gamma t}, & t < 0, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\gamma t}, & 0 < t < \frac{T}{2}, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\gamma(T-t)}, & \frac{T}{2} < t < T, \\ \frac{1}{2}e^{-\gamma(t-T)}, & T < t. \end{cases}$$

   Odpowiedź:

$$P(n \to m) = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (E_m - E_n)^2} \right)^2 |V_{mn}|^2 \frac{4 \sin^2 \frac{(E_m - E_n)T}{2\hbar}}{(E_m - E_n)^2}.$$

2. Pokazać pod jakimi warunkami w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału:

$$V(x,t) = 2\,V(x)\,\cos(\omega t)$$

   wynosi:

$$\frac{dP(n \to m)}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{mn}|^2 \left\{ \delta(E_m - E_n - \hbar\omega) + \delta(E_m - E_n + \hbar\omega) \right\}.$$

3. Udowodnić wzór z wykładu

$$\lim_{T \to \infty} \left[\frac{\sin\left(\frac{E_m - E_n}{2\hbar} T \right)}{\frac{E_m - E_n}{2}} \right]^2 = \frac{2\pi}{\hbar} T\, \delta(E_m - E_n).$$