

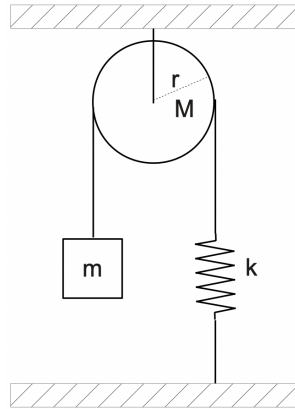
MECHANIKA TEORETYCZNA
Zestaw 4.

1. Zapisać równanie Lagrange'a-Eulera dla układu opisanego funkcją Lagrange'a

$$L(q, \dot{q}, t) = \frac{1}{2} \exp(at)(\dot{q}^2 - \omega^2 q^2),$$

gdzie a oraz ω są stałymi. Znaleźć ruch układu.

2. Znajdź małe drgania układu składającego się ze sprężyny o stałej sprężystości k i ciężarka o masie m połączonego ze sprężynką nieważką i nierozciągliwą linką. Linka została przerzucona przez bloczek o masie M i promieniu r , który może obracać się bez tarcia wokół swojej osi. Moment bezwładności bloczka wynosi $I = \frac{1}{2}Mr^2$.



3. Proszę zapoznać się z rozdziałem w podręczniku L. D. Landau, J. F. Lifszyc, *Mechanika*, poświęconym małym drganiom układów o wielu stopniach swobody.
4. Wyznaczyć drgania układu o dwóch stopniach swobody, którego funkcja Lagrange'a jest równa

$$L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2}\omega_0^2(x^2 + y^2) + \alpha xy,$$

gdzie ω_0 i α są stałymi.

5. Dwa identyczne wahadła płaskie (o długości l i masie m) połączone są za pomocą nieważkiej sprężyny (o współczynniku sprężystości k) i długości swobodnej równej odległości między punktami zawieszenia. Położenie wahań można opisać za pomocą kątów φ_1 i φ_2 , jakie tworzą wahadła z pionem. Znajdź funkcję Lagrange'a i wynikające z niej równania ruchu w przybliżeniu małych drgań. Znajdź i opisz mody normalne dla dwóch sprzężonych wahań.