

Zagadnienia egzaminacyjne z Algebry i Geometrii

1. Grupy, ciała.
 - a) Definicje grupy, grupy ilorazowej, homomorfizmu grup, ciała.
 - b) Twierdzenie mówiące, że jądro homomorfizmu jest podgrupą niezmienniczą dziedziny homomorfizmu.
2. Liczby zespolone.
 - a) Ciało liczb zespolonych.
 - b) Podstawowe twierdzenia dotyczące sprzężenia zespolonego i własności modułu liczb zespolonych.
 - c) Płaszczyzna Gaussa.
 - d) Pierwiastkowanie liczb zespolonych.
3. Macierze.
 - a) Działania na macierzach. Łączność mnożenia macierzowego. Prawa rozdzielności. Ślad macierzy kwadratowej.
 - b) Macierzowy zapis układów równań.
4. Przestrzeń wektorowa.
 - a) Definicja przestrzeni wektorowej.
 - b) Przykłady przestrzeni wektorowej.
 - c) Baza w przestrzeni wektorowej.
 - d) Współrzędne wektora w bazie, zmiana bazy w przestrzeni wektorowej.
5. Macierze – ciąg dalszy.
 - a) Wyznacznik macierzy, własności wyznacznika.
 - b) Twierdzenie Laplace'a o rozwinięciu wyznacznika.
 - c) Podstawowe twierdzenia o wyznacznikach.
 - d) Macierz odwrotna, dowód wzoru na elementy macierzy odwrotnej.
6. Układy równań liniowych, układy Cramera, rząd macierzy, twierdzenie Kroneckera-Capellego.
7. Odwzorowania liniowe, operatory liniowe.
 - a) Macierz odwzorowania liniowego, macierz operatora liniowego, transformacje przy zmianie bazy.
 - b) Obraz i jądro operatora liniowego. Twierdzenie o wymiarze bazy i obrazu operatora liniowego.
 - c) Zagadnienie własne operatora liniowego. Wielomian charakterystyczny. Twierdzenie mówiące, że wektory własne odpowiadające różnym wartościom własnym są liniowo niezależne. Postać diagonalna macierzy operatora liniowego.
8. Przestrzenie z iloczynem skalarnym.
 - a) Macierz iloczynu skalarnego. Transformacja macierzy iloczynu skalarnego przy zmianie bazy.
 - b) Ortogonalizacja Grama-Schmidta.
 - c) Norma w przestrzeni euklidesowej lub unitarnej.

- d) Formy kwadratowe, postać kanoniczna formy kwadratowej.
- 9. Operatory liniowe w przestrzeniach z iloczynem skalarnym.
 - a) Sprzężenie operatorowe. Macierz operatora sprzężonego.
 - b) Operator samosprężony. Twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatora samosprężonego.
 - c) Operatory unitarne. Operatory ortogonalne.