

ZADANIA Z ALGEBRY Z GEOMETRIĄ  
ZESTAW 9.

1. Proszę rozwiązać układy równań zadane następującymi macierzami dołączonymi:

$$\begin{pmatrix} a & 1 & a^2 & a \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a^2 & 1 & a^2 & a \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & -5 & 7 & -2 \\ 4 & -1 & \lambda & \lambda + 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 & 7 \\ 5 & 2 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 8 & 2 & -4 & -10 \end{pmatrix}.$$

2. Rozważamy przestrzeń rzeczywistych wielomianów stopnia nie większego niż 2. Sprawdzić, że poniższe wielomiany tworzą bazę tej przestrzeni

$$x_1 = 3t^2 + 2t + 1,$$

$$x_2 = 4t^2 + 3t + 2,$$

$$x_3 = 3t^2 + 2t + 3.$$

Proszę znaleźć macierz operatora liniowego  $d/dt$  w bazie  $(x_1, x_2, x_3)$ .

3. Niech niezerowa macierz  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ma zerowy wyznacznik. Określamy operator  $S$  działający w przestrzeni rzeczywistych, symetrycznych macierzy  $2 \times 2$  zgodnie z regułą  $S(X) = A^T X A$ . Wyliczyć obraz i jądro tego operatora. Znaleźć bazy tych podprzestrzeni.