Zadania z Algebry z Geometrią
Zestaw 8.

1. Proszę wyliczyć macierz odwrotną do macierzy
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}.$$

2. Proszę wyliczyć macierz odwrotną do macierzy
$$\begin{pmatrix} 1+i & 1+2i & 1+3i \\ 0 & 1+i & 1+2i \\ 0 & 0 & 1+i \end{pmatrix}.$$

3. Proszę wykazać, że następujący układ równań jest układem Cramera. Proszę rozwiązać ten układ stosując wzory Cramera
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -3 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

4. To samo dla układu
$$\begin{pmatrix} i & 1 & 1-i \\ 1+i & i & 1 \\ 2 & 3-i & -3i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+i \\ 1+3i \\ i \end{pmatrix}.$$

5. Zbiór odwzorowań $\mathbb{N} \ni k \mapsto c_k \in \mathbb{R}$, czyli nieskończonych ciągów rzeczywistych, tworzy przestrzeń wektorową. Sprawdzić, czy następujące podzbiory tych ciągów są podprzestrzeniami wektorowymi?
   a) ciagi zbieżne;
   b) takie, dla których $\sum_{k=1}^{\infty} |c_k| < \infty$;
   c) ciągi o skończonej liczbie wyrazów różnych od zera.
   Czy zbiór ciągów, które mają tylko jeden wyraz równy 1, a pozostałe zerowe, tworzy bazę którejś z przestrzeni?
6. W czterowymiarowej przestrzeni rzeczywistej dana jest baza $(e_1, \ldots e_4)$. Sprawdzić, czy wektory $f_1 = e_1$, $f_2 = \alpha e_1 + e_2$, $f_3 = \alpha e_2 + e_3$, $f_4 = \alpha e_3 + e_4$ również tworzą bazę w tej przestrzeni. Jeśli tak, to znaleźć rozkład wektora $x = e_1 - 2e_2 + 3e_3 - 4e_4$ w bazie $(f_1, \ldots, f_4)$.