Zadania z Algebry z Geometrią
Zestaw 5.

1. Proszę wyliczyć złożenia i odwrotne w grupie permutacji
   a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$,
   b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}^{-1}$,
   c) $(a, b_1, \ldots, b_m, c, d_1, \ldots, d_n)(a, c)$,
   d) $(a, d_1, \ldots, d_n)(c, b_1, \ldots, b_m)(a, c)$.
2. Wykazać, że
$$\operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n-1 & n \\ n & n-1 & \ldots & 2 & 1 \end{pmatrix} = (-1)^{n(n-1)/2}.$$
3. Macierz
$$B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$
ma wyznacznik równy zero. Wykazać, że nie istnieje macierz B^{-1} (tzn. macierz, która spełniałaby związek $BB^{-1} = B^{-1}B = \mathbf{I}$).
4. Wykazać, że nie istnieją macierze kwadratowe A, B, dla któryc zachodziłby związek $AB - BA = \mathbf{I}$.