

ZADANIA Z ALGEBRY Z GEOMETRIĄ
ZESTAW 3.

1. Dokończyć zadania z poprzedniego zestawu.
2. Udowodnić, że zbiory o dwóch i trzech elementach mają odpowiednio 2 i 5 zbiorów ilorazowych. Wskazówka: Proszę spróbować określić relacje równoważności w powyższych zbiorach.
3. W zbiorze par liczb naturalnych $X = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ określamy relację równoważności

$$(m, n) \sim (m', n') \Leftrightarrow m + n' = m' + n.$$

W zbiorze klas równoważności tej relacji definiujemy działanie

$$[(m_1, n_1)] \oplus [(m_2, n_2)] = [(m_1 + m_2, n_1 + n_2)].$$

Proszę udowodnić, że działanie $\oplus$ jest dobrze zdefiniowane, czyli wykazać, że jeśli

$$(m_1, n_1) \sim (m'_1, n'_1) \quad \text{ i } \quad (m_2, n_2) \sim (m'_2, n'_2),$$

to

$$[(m_1, n_1)] \oplus [(m_2, n_2)] = [(m'_1, n'_1)] \oplus [(m'_2, n'_2)].$$

4. Niech $f: X \rightarrow Y$ i $g: Y \rightarrow Z$ będą funkcjami. Proszę udowodnić, że jeśli ich złożenie $g \circ f: X \rightarrow Z$ jest bijekcją, to g jest surjekcją, a f jest injekcją.