

ZADANIA Z ALGEBRY Z GEOMETRIĄ
ZESTAW 1.

1. Proszę wykazać, że następujące formuły są prawami rachunku zdań:
 - a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \Leftrightarrow q]$;
 - b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [p \Leftrightarrow (p \wedge q)]$.
2. Proszę wykazać indukcyjnie następujące prawo rachunku zdań:

$$[p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q] \Leftrightarrow [p_1 \Rightarrow [p_2 \Rightarrow [\dots [p_n \Rightarrow q]]]]$$

3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Proszę udowodnić związki:
 - a) $A \subseteq B \Leftrightarrow (A \cup B = B) \Leftrightarrow (A \cap B = A) \Leftrightarrow (A \setminus B = \emptyset)$;
 - b) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$;
 - c) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$.
4. Definiujemy sumę i przecięcie dowolnej indeksowanej rodziny zbiorów jako

$$x \in \bigcup_{i \in I} A_i \Leftrightarrow \exists i \in I : x \in A_i,$$

$$x \in \bigcap_{i \in I} A_i \Leftrightarrow \forall i \in I : x \in A_i.$$

Proszę znaleźć zbiory liczb rzeczywistych dane wyrażeniami

- a) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} [-1 + 1/n, 1 - 1/n]$;
 - b) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (-1 + 1/n, 1 - 1/n)$;
 - c) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} [-1/n, 1/n]$;
 - d) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} (-1/n, 1/n)$.
5. Rozważamy podzbiory przestrzeni $X \times Y$. Proszę znaleźć tożsamości typu praw rozdzielności dla zbiorów $(A \cup B) \times C$ oraz $(A \cap B) \times C$.