Algebra z geometrią, wykład 20

Zagadnienia omówione w dniu 9 kwietnia 2019

168. Nierówność Schwarza (wraz z dowodem).

169. Nierówność trójkąta (wraz z dowodem).

170. Wyprowadzenie dla $u, v \in V$ i $\{e_i\}-$ ortonormalnej bazy V, równości:

$$v \;=\; \sum_i (e_i, v)\, e_i, \qquad\qquad (u,v) \;=\; \sum_i (u, e_i)(e_i, v).$$

171. Uwagi na temat notacji Diraka.

172. Lemat: wartości własne samosprzężonego operatora na przestrzeni unitarnej są liczbami zespolonymi.

173. Lemat: podprzestrzenie własne samosprzężonego operatora na przestrzeni unitarnej lub euklidesowej są do siebie wzajemnie ortogonalne (równoważnie: wektory własne do różnych wartości własnych są względem siebie ortogonalne).

174. Lemat: jeśli dla endomorfizmu $\hat{A}$ przestrzeni unitarnej lub euklidesowej V istnieje baza, w której macierz $\hat{A}$ ma postać górnotrójkątną, to w V istnieje baza ortonormalna, w której macierz $\hat{A}$ ma postać górnotrójkątną.

175. Wniosek: dla samosprzężonego operatora $\hat{A}$ na przestrzeni unitarnej istnieje baza ortonormalna (zbudowana z wektorów własnych $\hat{A}$), w której macierz operatora $\hat{A}$ jest diagonalna.

176. Twierdzenie: dla samosprzężonego operatora $\hat{A}$ na przestrzeni euklidesowej istnieje baza ortonormalna (zbudowana z wektorów własnych $\hat{A}$), w której macierz operatora $\hat{A}$ jest diagonalna.

177. Algorytm wyznaczania bazy ortonormalnej, w której macierz samosprzężonego operatora $\hat{A}$ na przestrzeni unitarnej lub euklidesowej jest diagonalna.

Leszek Hadasz
hadasz@th.if.uj.edu.pl