Algebra z geometrią, wykład 15

Zagadnienia omówione w dniu 5 marca 2019

126. Definicja wartości własnej i wektora własnego endomorfizmu.

127. Algorytm wyznaczania wartości i wektorów własnych endomorfizmu.

128. Macierz endomorfizmu w bazie jego wektorów własnych.

129. Rozkład wielomianu stopnia ≥ 1 nad ciałem liczb zespolonych.

130. Wniosek: każdy endomorfizm skończenie wymiarowej, zespolonej p.w. ma co najmniej jedną wartość własną i co najmniej jeden wektor własny.

131. Twierdzenie: wektory własne do różnych wartości własnych są liniowo niezależne.

132. Wniosek: jeśli $\hat{A} \in \mathrm{End}(V)$ ma $m = \dim V$ różnych wartości własnych, to w V istnieje baza złożona z wektorów własnych $\hat{A}$.

133. Definicja podprzestrzeni niezmienniczej endomorfizmu.

134. Lemat.

     Niech $\hat{A} \in \mathrm{End}(V)$ i niech $(v_1, \ldots, v_m)$ będzie bazą V. Równoważne są warunki:

     (a) macierz operatora $\hat{A}$ w bazie $(v_1, \ldots, v_m)$ jest macierzą górnotrójkątną;
     (b) $\hat{A}v_k \in \mathrm{span}\{v_1, \ldots, v_k\}$ dla każdego $k = 1, 2, \ldots, m$;
     (c) $\mathrm{span}\{v_1, \ldots, v_k\}$ są podprzestrzeniami niezmienniczymi $\hat{A}$ dla każdego $k = 1, 2, \ldots, m$.

Leszek Hadasz
hadasz@th.if.uj.edu.pl