Algebra z geometrią, wykład 12

Zagadnienia omówione w dniu 14 stycznia 2019

95. Lemat: niech V będzie skończenie wymiarową p.w. i niech $b, a_1, \ldots, a_m \in V$. Wektor b może być przedstawiony jako kombinacja liniowa wektorów a_i wtw., gdy

$$\mathrm{span}\{a_1, \ldots, a_n\} = \mathrm{span}\{a_1, \ldots, a_n, b\}.$$

96. Lemat: niech V będzie skończenie wymiarową p.w. i niech $b, a_1, \ldots, a_m \in V$. Wektor b może być przedstawiony jako kombinacja liniowa wektorów a_i wtw., gdy

$$\dim \mathrm{span}\{a_1, \ldots, a_n\} = \dim \mathrm{span}\{a_1, \ldots, a_n, b\}.$$

97. Definicja ogólnego układu równań liniowych jako równania macierzowego $Ax = b$, gdzie $A \in \mathbb{K}^{m\times n}, x \in \mathbb{K}^n, b \in \mathbb{K}^m$.
98. Definicja rzędu macierzy
99. Wniosek (twierdzenie Kroneckera-Capelliego): rozwiązanie ogólnego układu równań istnieje wtw., gdy $\mathrm{rk}\, A = \mathrm{rk}(A|b)$.
100. Lemat: rząd macierzy A równy jest rozmiarowi jej największego, nieznikającego minora.
101. Algorytm rozwiązywania ogólnego układu równań liniowych.
102. Definicja odwzorowania liniowego między przestrzeniami wektorowymi. Przykłady odwzorowań liniowych.
103. $\mathrm{Hom}(V, W)$ jako przestrzeń wektorowa.
104. Definicja jądra i obrazu odwzorowania liniowego.
105. Twierdzenie: odwzorowania liniowe $\hat{A}: V \to W$ jest injekcją wtw., gdy $\mathrm{Ker}\, \hat{A} = \{0\}$.
106. Definicja ciągu dokładnego odwzorowań liniowych.
107. Obserwacja: jeśli ciąg

$$0 \to V \stackrel{\hat{A}}{\to} W \to 0$$

jest dokładny, to $\hat{A}$ jest bijekcją.

Leszek Hadasz
hadasz@th.if.uj.edu.pl