Algebra z geometrią, wykład 11

Zagadnienia omówione w dniu 7 stycznia 2019

87. Twierdzenie: lista $(v_1, \ldots, v_m)$ wektorów p.w. V tworzy bazę wtedy i tylko wtedy, gdy każdy wektor z V może być w jednoznaczny sposób przedstawiony jako ich kombinacja liniowa.

88. Twierdzenie: każda skończona lista wektorów rozpinających przestrzeń wektorową może być zredukowana do bazy tej przestrzeni.

89. Wniosek: każda skończenie wymiarowa przestrzeń wektorowa ma bazę.

90. Twierdzenie: każda lista liniowo niezależnych wektorów, elementów skończenie wymiarowej przestrzeni wektorowej, może być uzupełniona do bazy tej przestrzeni.

91. Twierdzenie: wszystkie bazy zadanej przestrzeni wektorowej mają tę samą liczbę elementów.

92. Definicja bazy wymiaru przestrzeni wektorowej.

93. Twierdzenie: równoważne są warunki:

    (a) lista wektorów $(v_1, \ldots, v_m)$ jest bazą przestrzeni wektorowej V,

    (b) lista wektorów $(v_1, \ldots, v_m)$ ma długość równą wymiarowi przestrzeni V i jej elementy są liniowo niezależne,

    (c) lista wektorów $(v_1, \ldots, v_m)$ ma długość równą wymiarowi przestrzeni V i jej elementy rozpinają tę przestrzeń.

94. Twierdzenie: jeśli U_1, U_2 są podprzestrzeniami p.w. V takimi, żę $V = U_1 + U_2$, to

$$\dim V = \dim U_1 + \dim U_2 - \dim(U_1 \cap U_2).$$

Leszek Hadasz
hadasz@th.if.uj.edu.pl