

Algebra z geometrią, zestaw 6

6.1. Proszę obliczyć pierwiastki trzeciego stopnia z liczb

$$\sqrt{3} + i, \quad \frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}.$$

6.2. Proszę rozwiązać równania kwadratowe

$$z^2 - 3z + 3 + i = 0, \quad z^2 + (1 + 4i)z - (5 + i) = 0.$$

podając **jawnie** części rzeczywiste i urojone ich rozwiązań.

6.3. Proszę rozłożyć na cykle oraz określić parzystość dla następujących permutacji:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 7 & 4 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 5 & 4 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

6.4. Dla permutacji z poprzedniego zadania proszę wyznaczyć:

$$\sigma_1^{-1}, \quad \sigma_1 \cdot \sigma_2, \quad \sigma_2 \cdot \sigma_1, \quad \sigma_1^{-1} \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_1.$$

6.5. Proszę dla grupy permutacji S_3 :

- wypisać tabelkę mnożenia grupowego (składania permutacji),
- znaleźć wszystkie podgrupy,
- sprawdzić, że $H = \{e, (123), (132)\}$ jest podgrupa niezmiennicza,
- wykazać izomorfizm $S_3/H \simeq \mathbb{Z}_2$.

Leszek Hadasz
hadasz@th.if.uj.edu.pl