

Algebra z geometrią, zestaw 5

5.1. Proszę zapoznać się z materiałem z paragrafu 4, pkt 8 podręcznika profesora Andrzeja Herdegena a następnie z przykładami (i) oraz (vii) z punktu 9.

5.2. Proszę przedstawić w jawnej postaci $a + ib$ liczby zespolone

$$a) \frac{5 + 5i}{2 - 7i}, \quad b) (1 + i)^{11}.$$

5.3. Proszę wykazać tożsamość:

$$\left(\frac{1 + itg x}{1 - itg x} \right)^n = \frac{1 + itg nx}{1 - itg nx}.$$

5.4. Proszę obliczyć:

$$\left[\sqrt{6} + \sqrt{2} + i(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \right]^{24}$$

5.5. Proszę zapisać w postaci trygonometrycznej liczbę

$$z = 1 + \cos \alpha - i \sin \alpha$$

gdzie α jest liczbą rzeczywistą.

5.6. Proszę obliczyć

$$(1 + \cos \alpha + i \sin \alpha)^n.$$

5.7. Proszę wykazać tożsamość

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2.$$

5.8. Proszę znaleźć na płaszczyźnie Gaussa

(a) wierzchołek trójkąta równobocznego, zbudowanego na odcinku (z_1, z_2) ,

(b) środek ciężkości (punkt przecięcia środkowych) trójkąta (z_1, z_2, z_3) .

5.9. Niech $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$. Proszę wykazać, że jeśli $\operatorname{Im} \frac{z_1 - z_2}{z_1 - z_3} = 0$, to liczby z_1, z_2, z_3 leżą na jednej prostej na płaszczyźnie Gaussa.

Leszek Hadasz
hadasz@th.if.uj.edu.pl