

Zestaw zadań nr. 3

• Zadanie 1

Ile jest wszystkich liczb sześciocyfrowych o różnych cyfrach, ułożonych z cyfr: 0,1,2,3,4,5,6?

• Zadanie 2

Pokaż przez indukcję matematyczną, że dla każdej liczby naturalnej n nie mniejszej od 1 zachodzą równości:

a) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n = -n$

b) $1 + 3 + 6 + \dots + n(n + 1)/2 = n(n + 1)(n + 2)/6$

c) $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n + 1)$

• Zadanie 3

Wykaż, że zachodzi

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

używając interpretacji kombinatorycznej.

• Zadanie 4

Podaj algorytm znajdujący maksymalną liczbę w n -elementowej tablicy przy pomocy iteracji.

• Zadanie 5

Podaj iteracyjny algorytm na sprawdzanie czy liczba n jest liczbą pierwszą, o złożoności $O(n)$ oraz o złożoności $O(\sqrt{n})$.

• Zadanie 6

Pokaż przez indukcję że n -kąąt wypukły ma $\frac{n(n-3)}{2}$ przekątnych.

• Zadanie 7

Wykorzystując technikę *dziel i zwyciężaj* zaproponuj algorytm o złożoności obliczeniowej $O(n \log n)$, który zlicza ilość inwersji w podanej serii liczb. Jako sprawdzający zaproponuj prosty algorytm zliczania inwersji o złożoności $O(n^2)$.

• Zadanie 8

Wykorzystując technikę *dziel i zwyciężaj* zaproponuj algorytm o złożoności obliczeniowej $O(n \log n)$, który znajduje parę najbliższych punktów w podanej serii par (x, y) . Jako sprawdzający zaproponuj prosty algorytm o złożoności $O(n^3)$.