

# TEORETYCZNE PODSTAWY INFORMATYKI

18/01/2016

WFAiS UJ, Informatyka Stosowana  
II stopień studiów

# Wykład 15a

2

## Eksploracja danych

- Co to są „dane”
- W jaki sposób zbieramy i reprezentujemy „dane”
- W jaki sposób reprezentujemy „dane”
- W jaki sposób analizujemy „dane”
- W jaki sposób wyciągamy wnioski

# Macierz danych

3

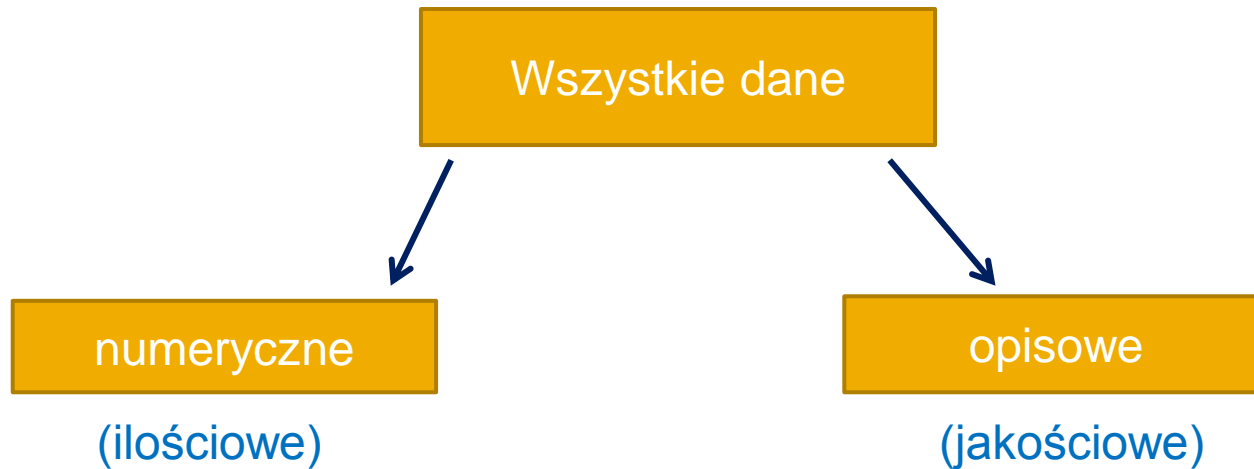
country	cr_req	cr_comply	ud_req	ud_comply	...	hemisphere	hdi
Argentina	21	100	134	32	...	southern	very high
Australia	10	40	361	73	...	southern	very high
Belgium	<10	100	90	67	...	northern	very high
Brazil	224	67	703	82	...	southern	high
...	...	...	...	...	...	...	...
United States	92	63	5950	93	...	northern	very high

→  
obserwacja

↓  
zmienna

# Typy danych

4

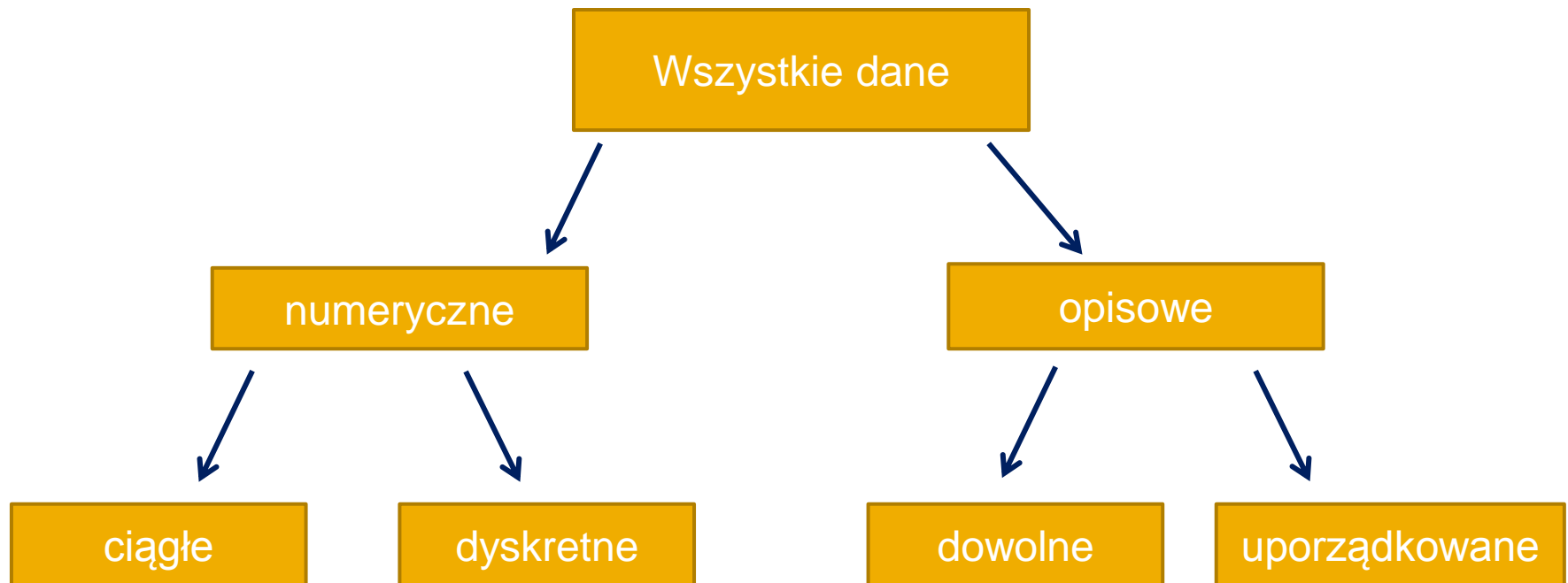


mają wartości liczbowe;  
można dodawać, odejmować,  
wylizczać średnią, itd.

Skończona ilość kategorii;  
mogą być oznaczone  
wartościami liczbowymi  
ale nie podlegają operacjom  
arytmetycznym.

# Typy danych

5



Przyjmują dowolne wartości z jakiegoś przedziału

Przyjmują jedną z określonego zbioru wartości

Poziomy mają wewnętrzną kolejność

# Macierz danych

6

country	cr_req	cr_comply	ud_req	ud_comply	...	hemisphere	hdi
Argentina	21	100	134	32	...	southern	very high
Australia	10	40	361	73	...	southern	very high
Belgium	<10	100	90	67	...	northern	very high
Brazil	224	67	703	82	...	southern	high
...	...	...	...	...	...	...	...
United States	92	63	5950	93	...	northern	very high



country – nazwa kraju

opisowa

# Macierz danych

7

country	cr_req	cr_comply	ud_req	ud_comply	...	hemisphere	hdi
Argentina	21	100	134	32	...	southern	very high
Australia	10	40	361	73	...	southern	very high
Belgium	<10	100	90	67	...	northern	very high
Brazil	224	67	703	82	...	southern	high
...	...	...	...	...	...	...	...
United States	92	63	5950	93	...	northern	very high



cr\_req – ilość żądań usunięcia wpisu na www wysłany do Google

dyskretna,  
numeryczna

# Macierz danych

8

country	cr_req	cr_comply	ud_req	ud_comply	...	hemisphere	hdi
Argentina	21	100	134	32	...	southern	very high
Australia	10	40	361	73	...	southern	very high
Belgium	<10	100	90	67	...	northern	very high
Brazil	224	67	703	82	...	southern	high
...	...	...	...	...	...	...	...
United States	92	63	5950	93	...	northern	very high



cr\_comply – procent żądań zaakceptowany przez Google

ciągła,  
numeryczna



# Macierz danych

9

country	cr_req	cr_comply	ud_req	ud_comply	...	hemisphere	hdi
Argentina	21	100	134	32	...	southern	very high
Australia	10	40	361	73	...	southern	very high
Belgium	<10	100	90	67	...	northern	very high
Brazil	224	67	703	82	...	southern	high
...	...	...	...	...	...	...	...
United States	92	63	5950	93	...	northern	very high



opisowa

hemisphere – na jakiej półkuli jest dany kraj

# Macierz danych

10

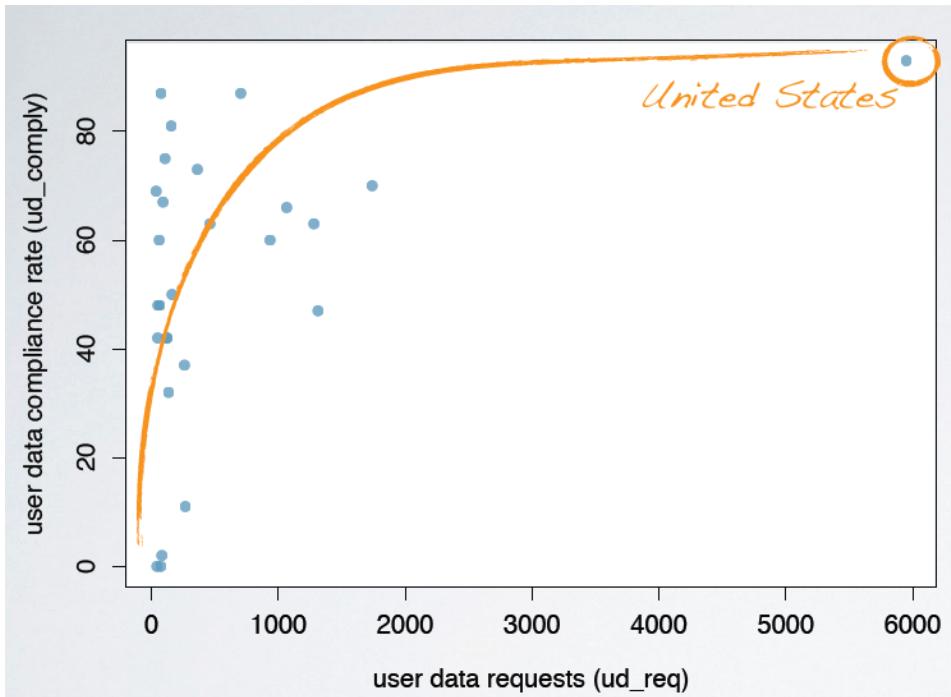
country	cr_req	cr_comply	ud_req	ud_comply	...	hemisphere	hdi
Argentina	21	100	134	32	...	southern	very high
Australia	10	40	361	73	...	southern	very high
Belgium	<10	100	90	67	...	northern	very high
Brazil	224	67	703	82	...	southern	high
...	...	...	...	...	...	...	...
United States	92	63	5950	93	...	northern	very high

opisowa  
uporządkowana

↓  
hdi – poziom życia w danym kraju

# Relacja pomiędzy danymi

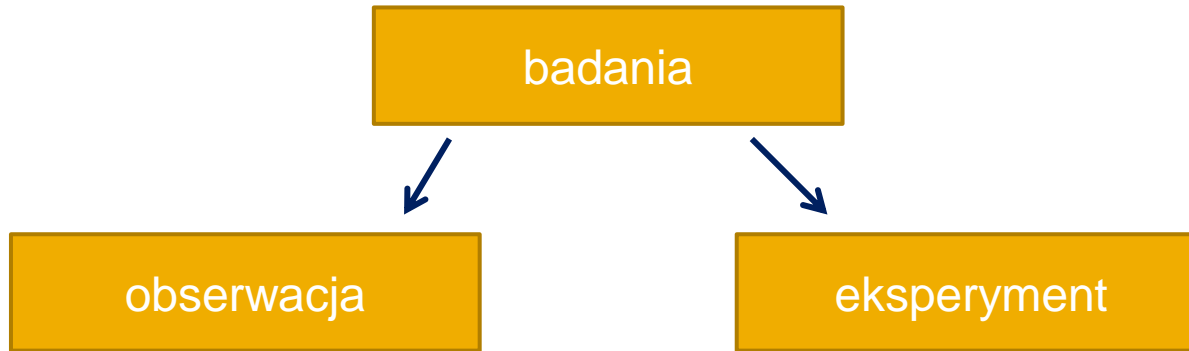
11



- Te dwie zmienne są ze sobą powiązane (skorelowane)
- Ta korelacja może być dalej sklasyfikowana jako pozytywna lub negatywna
- Jeżeli nie obserwujemy korelacji to mówimy że zmienne są niezależne.

# W jaki sposób zbieramy dane?

12



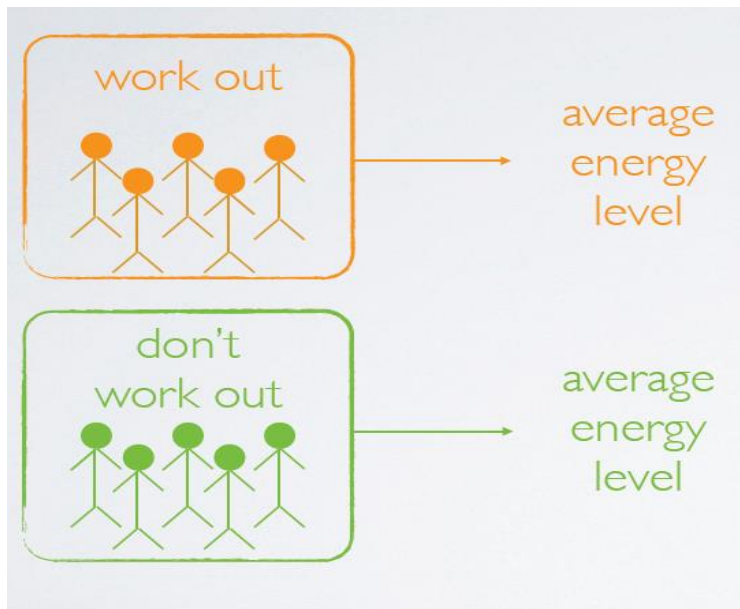
- Nie zaburza procesu w którym dane napływają
- Pozwala tylko na badanie związków pomiędzy danymi
  - Retrospektywne: dot. przeszłości
  - Prognozowane: dot. przyszłości

- Losowe przyporządkowuje podmiot do kategorii
- Pozwala na badanie związków przyczyna-skutek

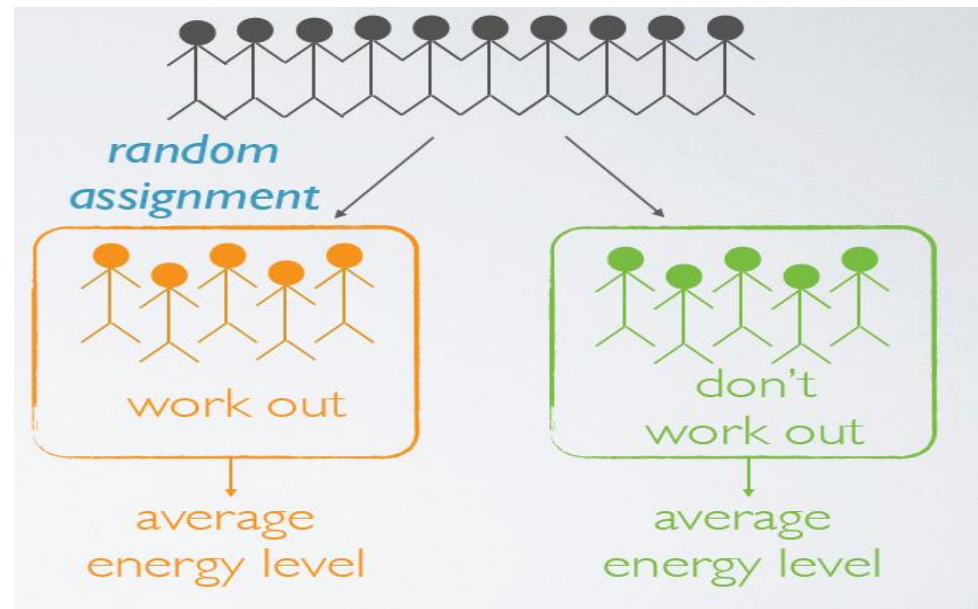
# Pytanie: czy zaliczenie kursu jest związane z poziomem aktywności

13

obserwacja

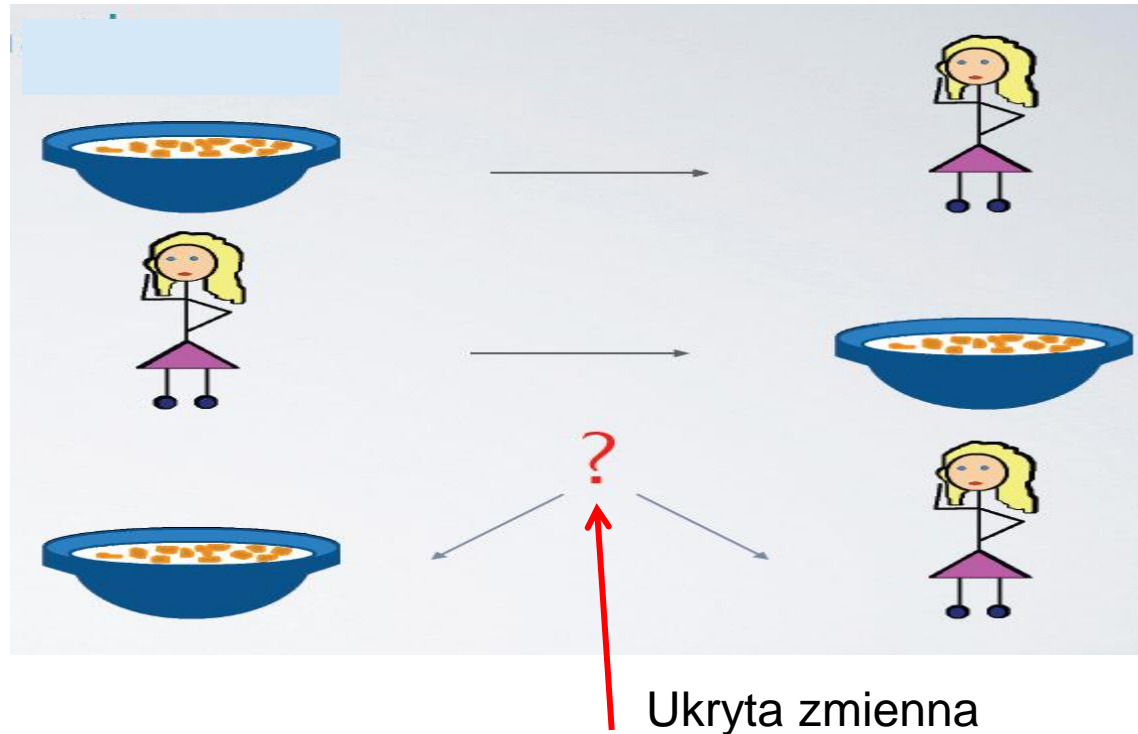


eksperyment



# Czy teza „Jedzenie corn-flakes na śniadania sprzyja prawidłowej wadze” jest prawdziwa?

14



**Korelacja nie oznacza wynikania!**

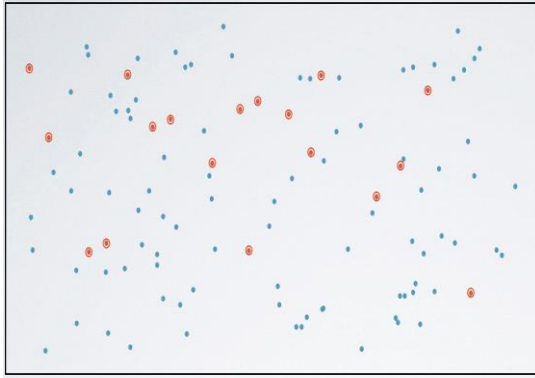
# W jaki sposób zbierać dane?

15

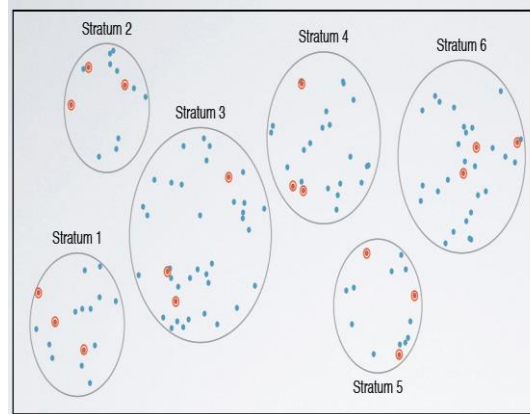
- **Spis** czyli przebadać cały zbiór ?
  - ▣ Niektórzy osobnicy mogą być trudni do zlokalizowania lub przebadania, ale też prawdopodobnie będą inni niż cała reszta osobników
  - ▣ Zbiór osobników na ogół nie jest stabilny
- Wybrać tylko **reprezentatywną próbkę**? tak ale uwaga na możliwość baiasowania:
  - ▣ Np. tylko łatwo dostępni osobnicy
  - ▣ Np. tylko wolontariusze?

# W jaki sposób wybierać próbkę?

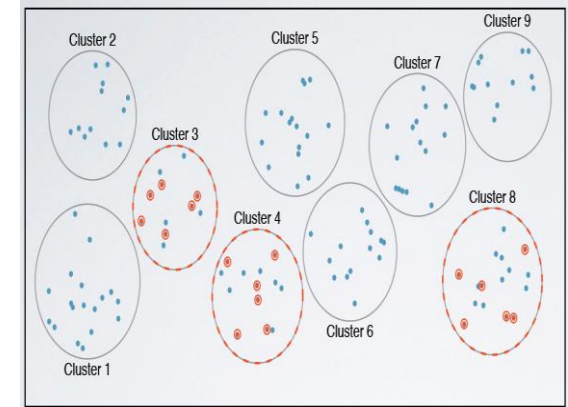
16



Wybieramy losowo osobników  
**(random sampling)**



Dzielimy na różne kategorie (divide & conquer), wybieramy losowo kilka kategorii i następnie losowo kilku osobników z każdej z wybranych kategorii.  
**(stratifying)**



Dzielimy na identyczne podzbiory (warstwy) i wybieramy losowo osobników z kilku losowo wybranych podzbiorów  
**(clustering)**



# W jaki sposób planować eksperyment?

17

- Próbka kontrolna (control sample): porównuj wynik dla testowanej próbki i dla próbki kontrolnej
- Losowość (randomize): wybierz z próbki losowo osobników którzy są podlegają testowaniu
- Grupowanie (blocking): pogrupuj wpierw osobników względem zmiennej o której wiemy że może wpływać na wynik badania
- Powtarzanie (replicate): powtarzaj testowanie wielokrotnie na różnych próbkach

# Przykład: grupowanie

18

Zaplanuj eksperyment badający czy napój energetyzujący pomaga biegać?

- ❑ Próbkę testowaną: podajemy napój
- ❑ Próbkę kontrolną: nie podajemy napoju
- ❑ Ale profesjonaliści mogą różnie reagować na napój niż amatorzy
- ❑ Grupuj najpierw ze względu na status:
  - ❑ Podziel osobników na „pro”, „amator”
  - ❑ Podziel każdą grupę na „testowaną” i „kontrolną”
  - ❑ „Pro” i „amator” są jednakowo reprezentowani w próbie testowanej i kontrolnej.

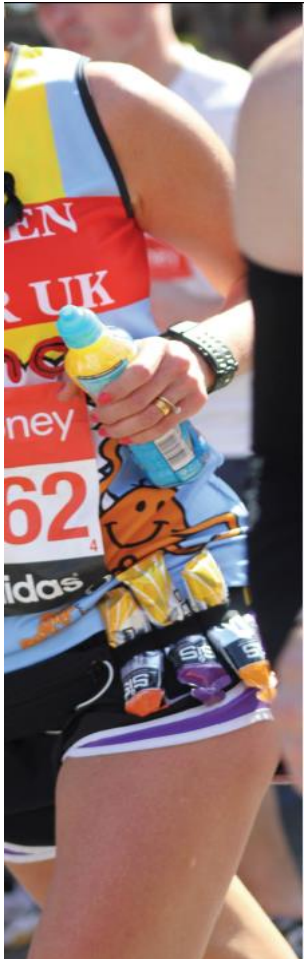


Image credit: Paul Wilkinson CC-BY 2.0 <http://www.flickr.com/photos/28477990@N03/8683998728>

# Wizualizacja danych

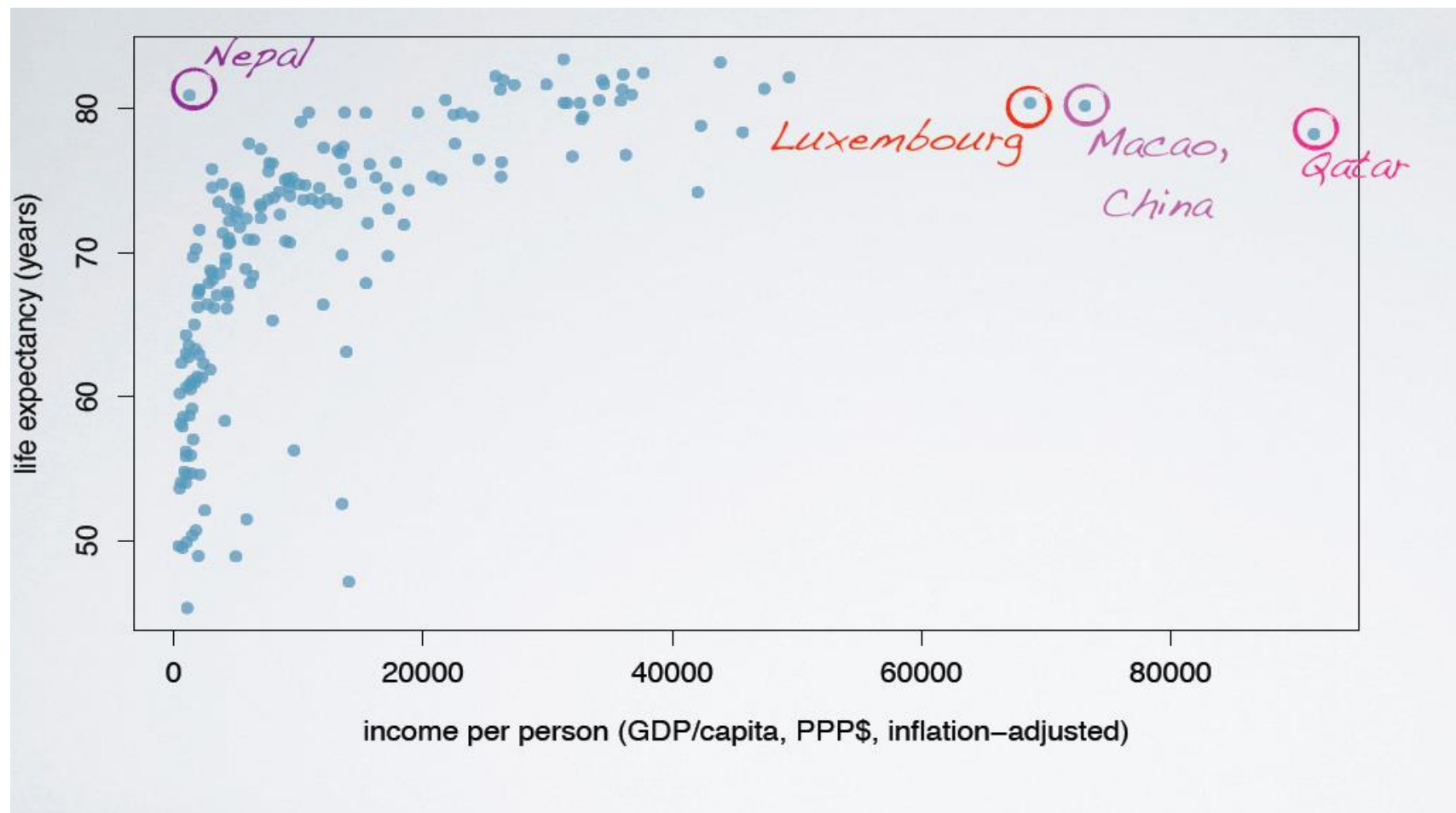
19

data	income per person (\$, 2012)	life expectancy (years, 2012)
Afghanistan	1359.7	60.254
Albania	6969.3	77.185
Algeria	6419.1	70.874
...	...	...
Zimbabwe	545.3	58.142

Source: [gapminder.com](http://gapminder.com)

# Wizualizacja danych

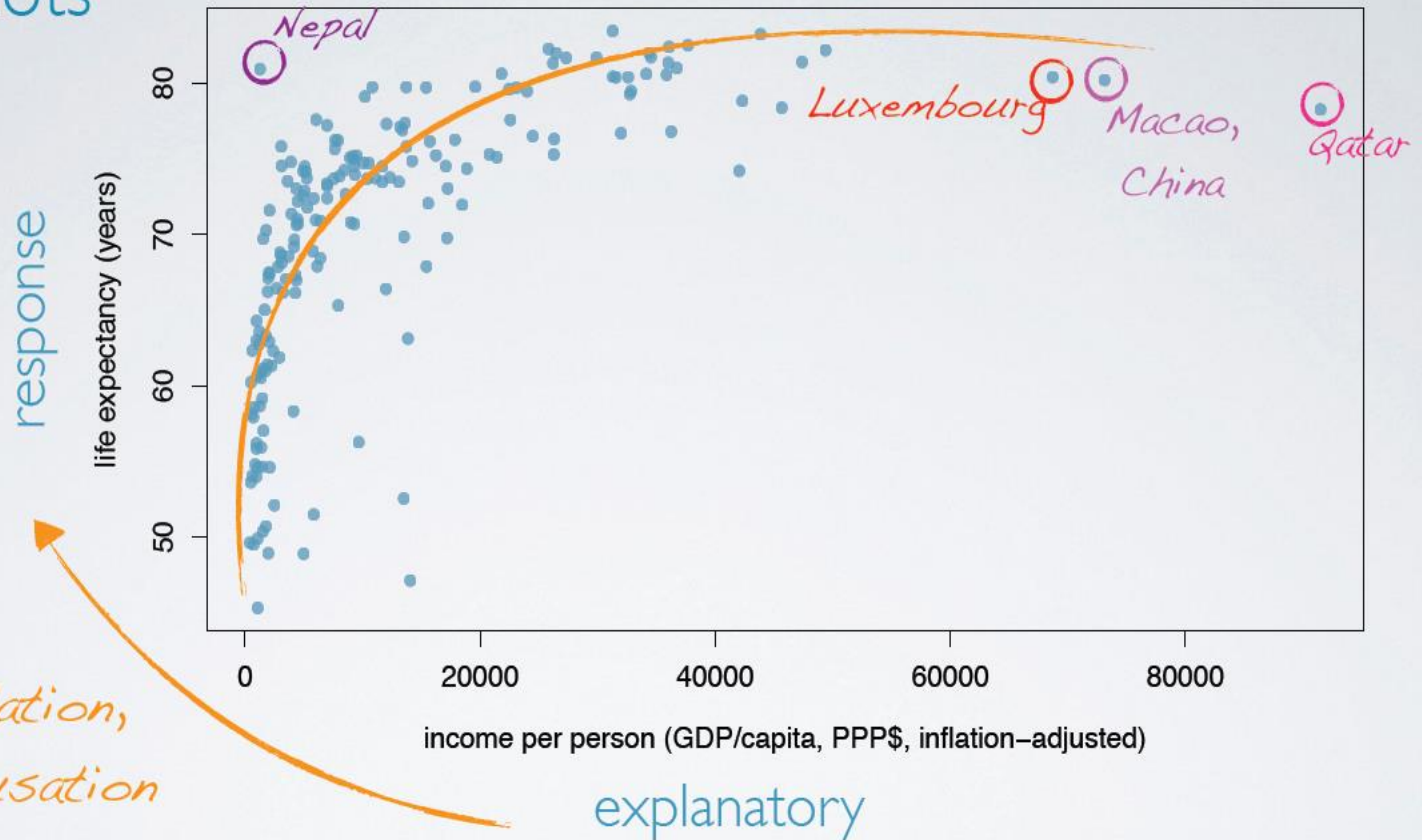
20



# Wizualizacja danych

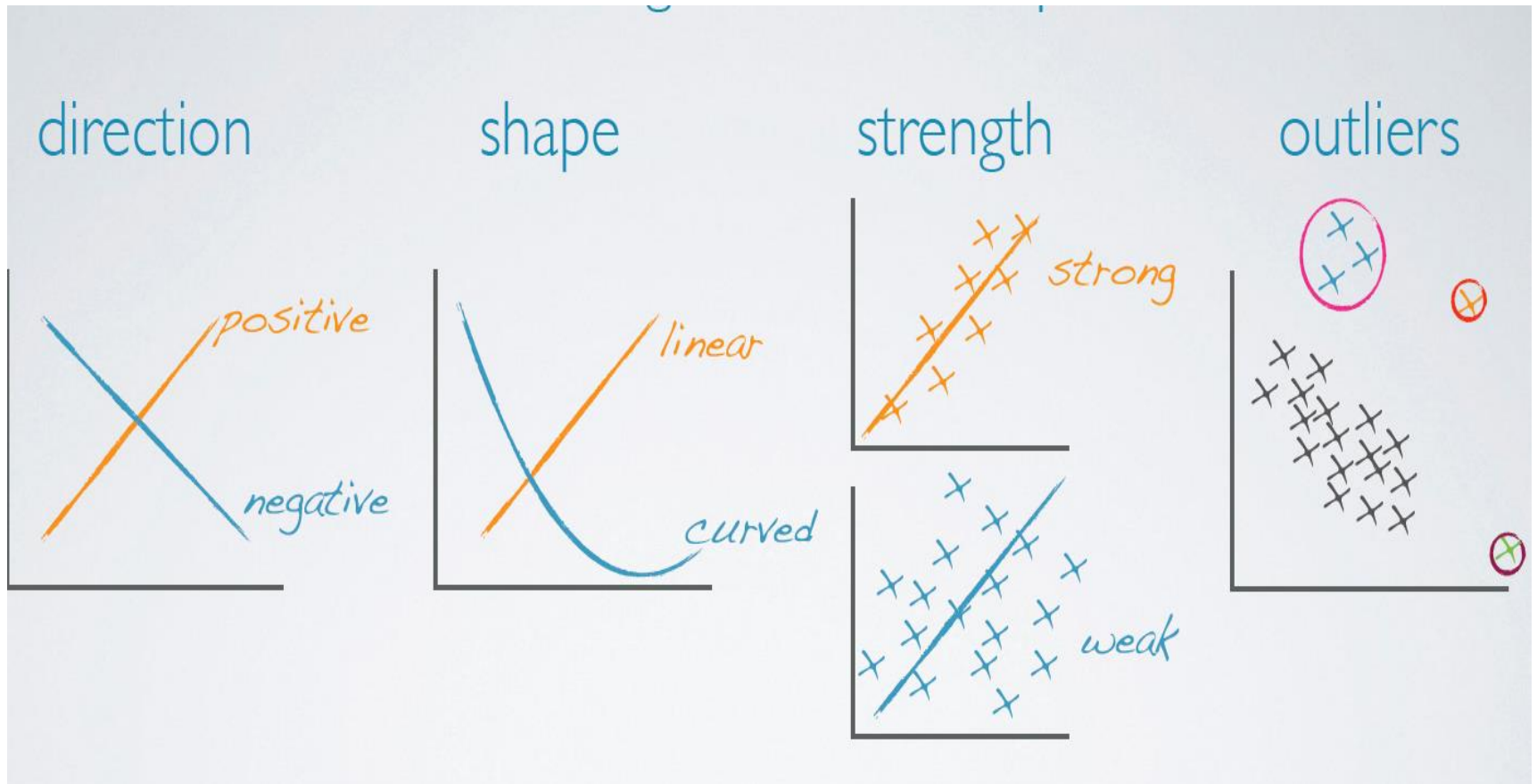
21

scatterplots



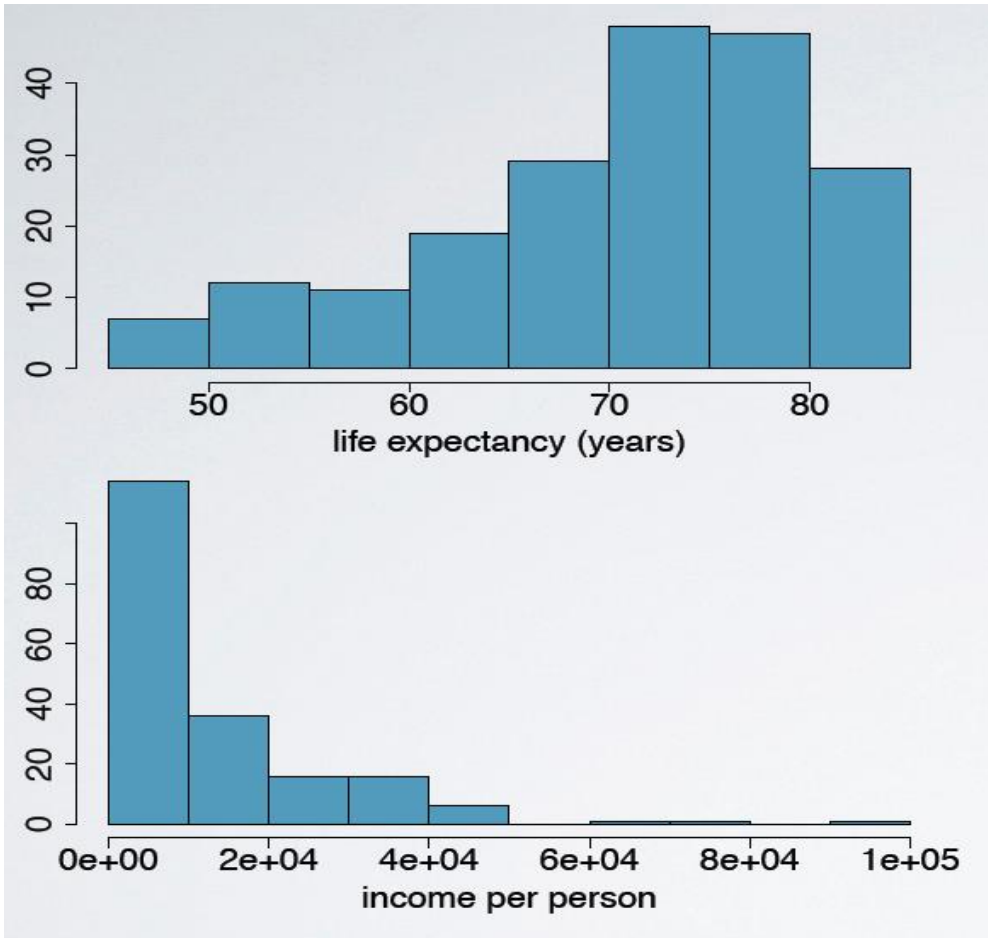
# Związki pomiędzy zmiennymi

22



# Histogram

23



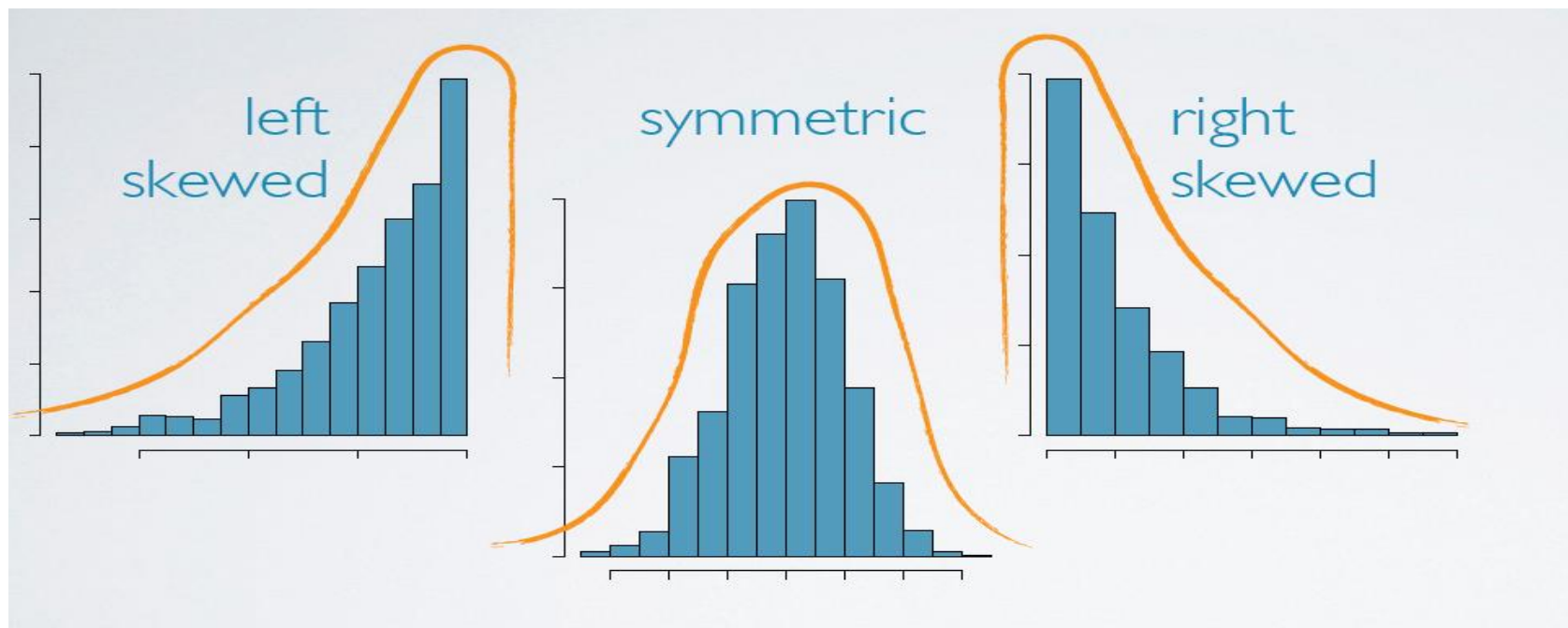
- Pozwala obejrzeć jaki jest rozkład funkcji gęstości
- Specjalnie dogodny aby zilustrować kształt rozkładu



# Przekrzywienia (skewed)

24

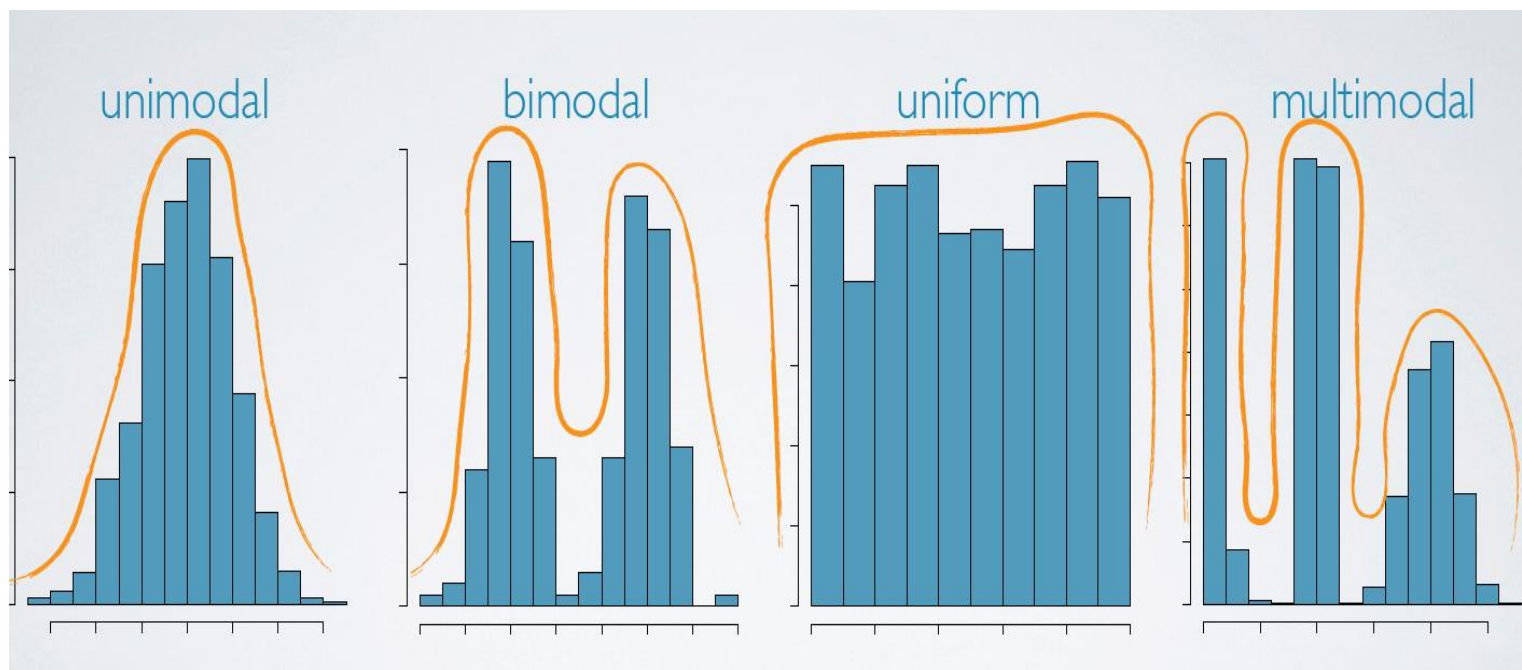
Rozkłady są przekrzywione w stronę długich ogonów rozkładu





# Modalność rozkładu

25



# Modalność rozkładu

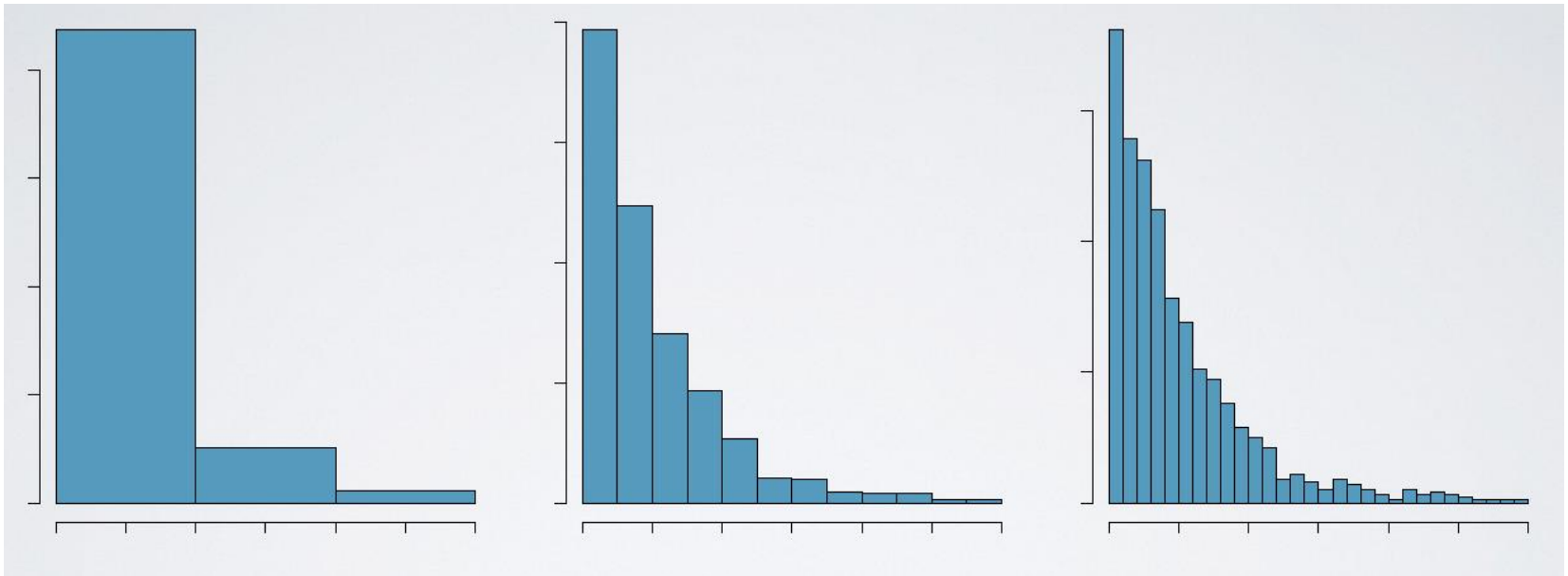
26



# Histogram i szerokość binu

27

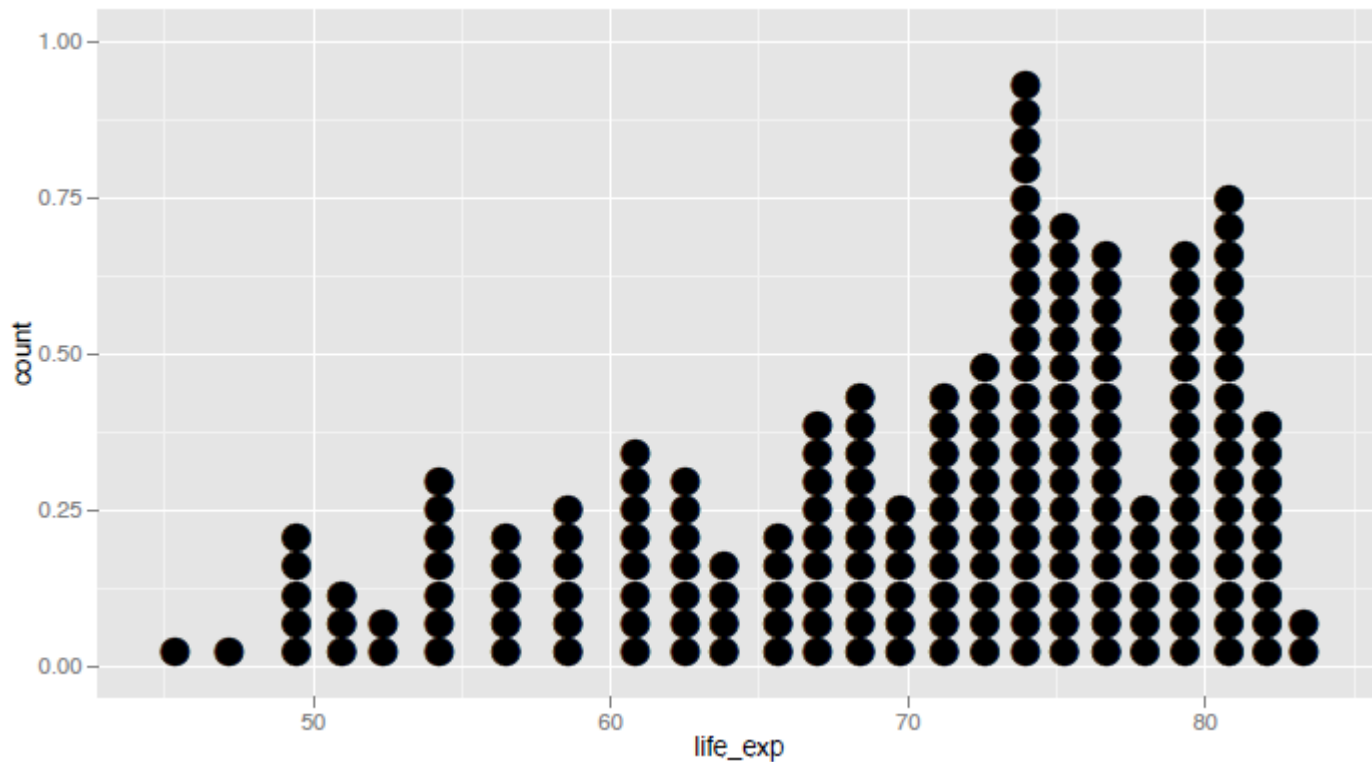
Wybór szerokości binu może ukryć informację



# Punktowe ploty

28

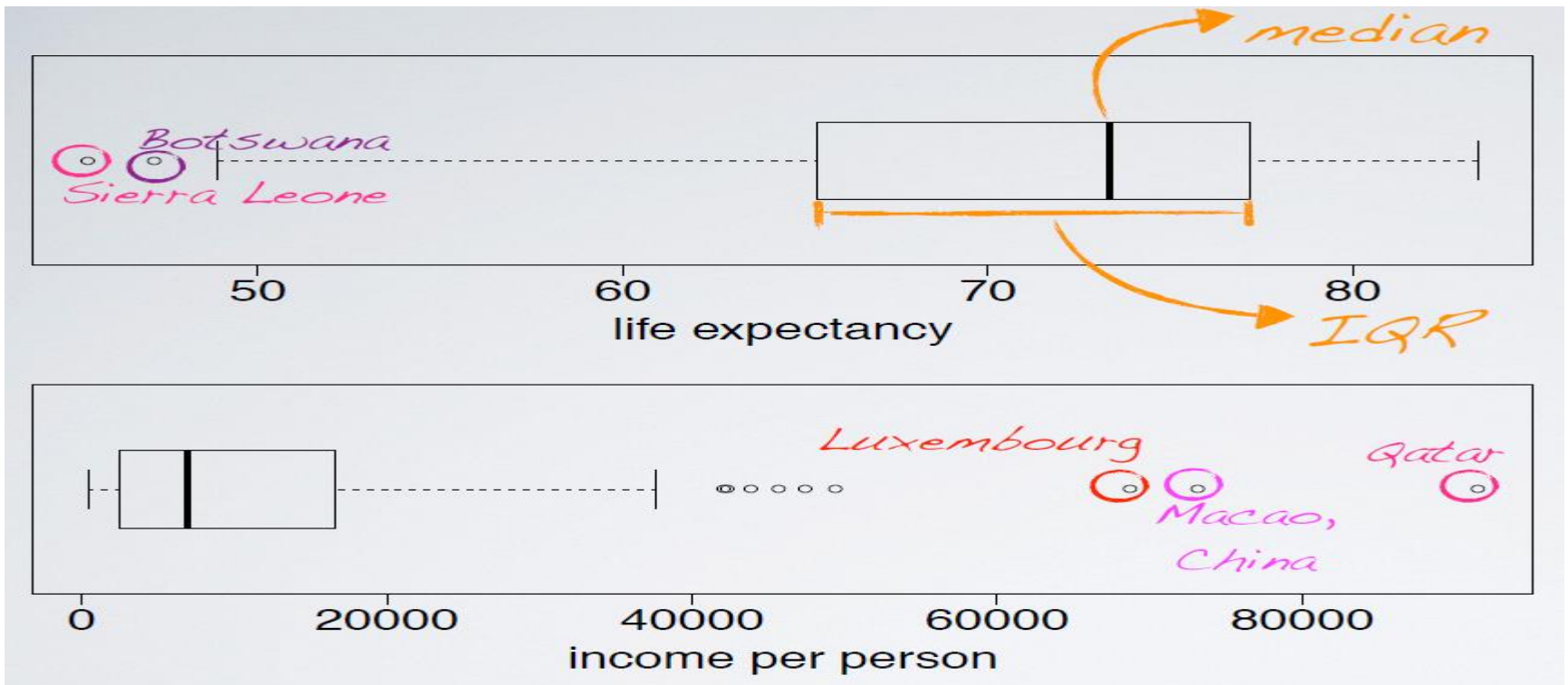
Też wygodny, ale przy niedużej statystyce



# Box-plot

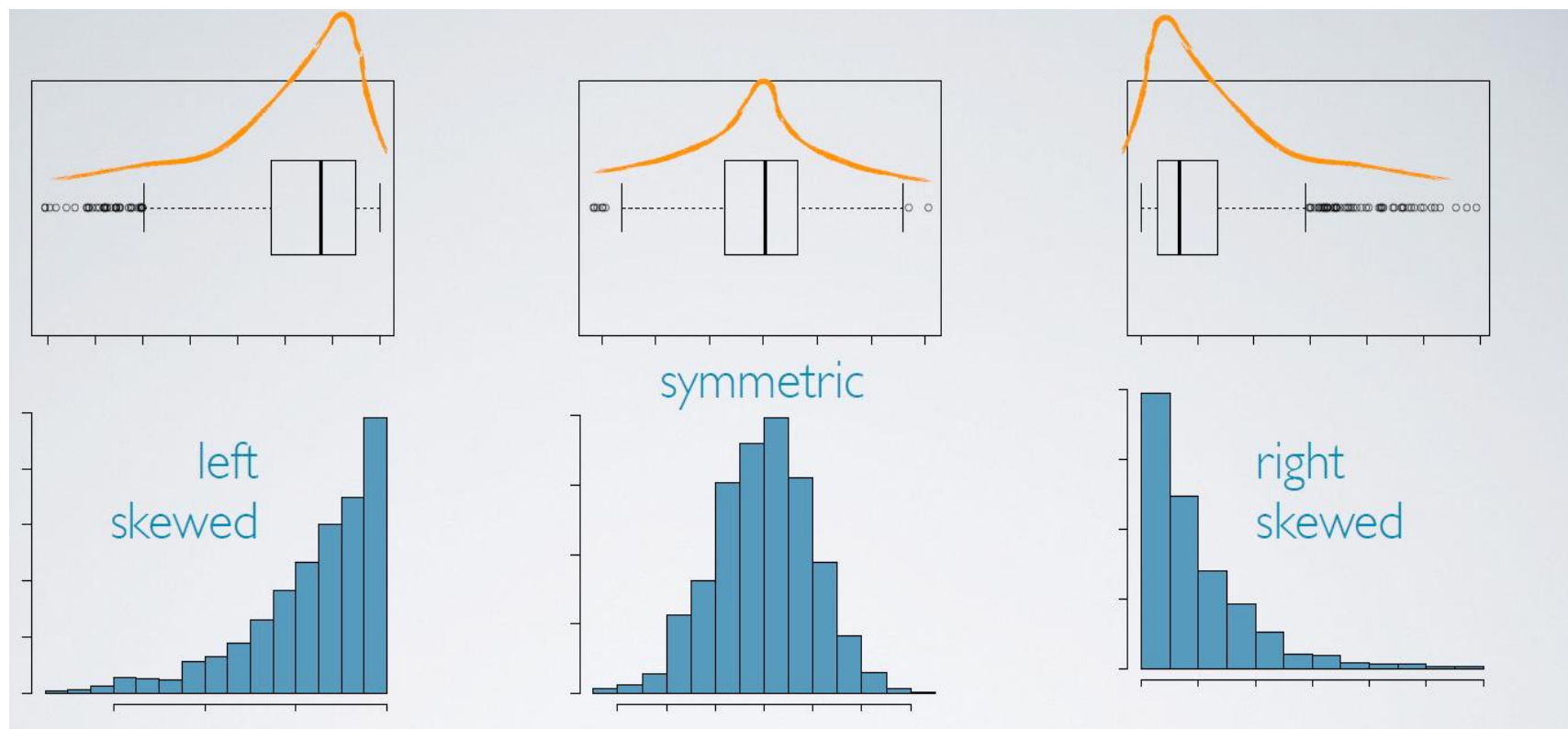
29

- Wygodny aby zaznaczyć medianę ( $< 50\%$  rozkładu), zakres międzykwartylowy (IQR), outliers



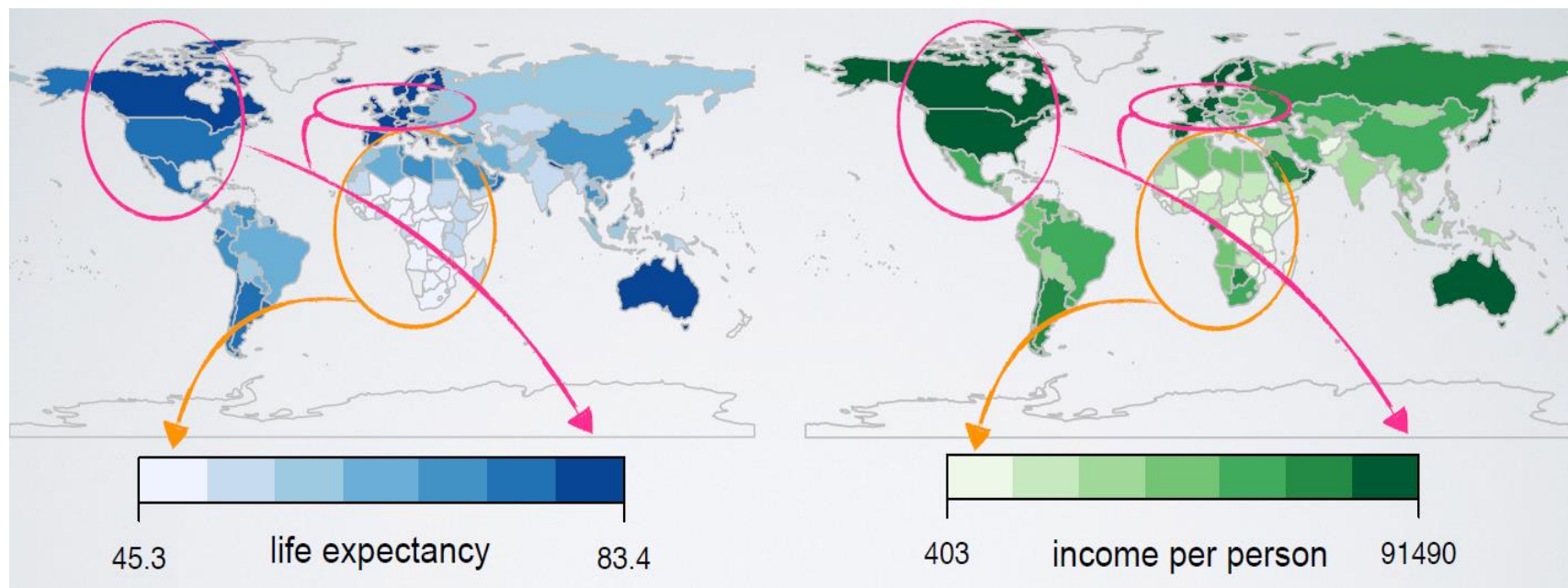
# Wizualizacja danych

30



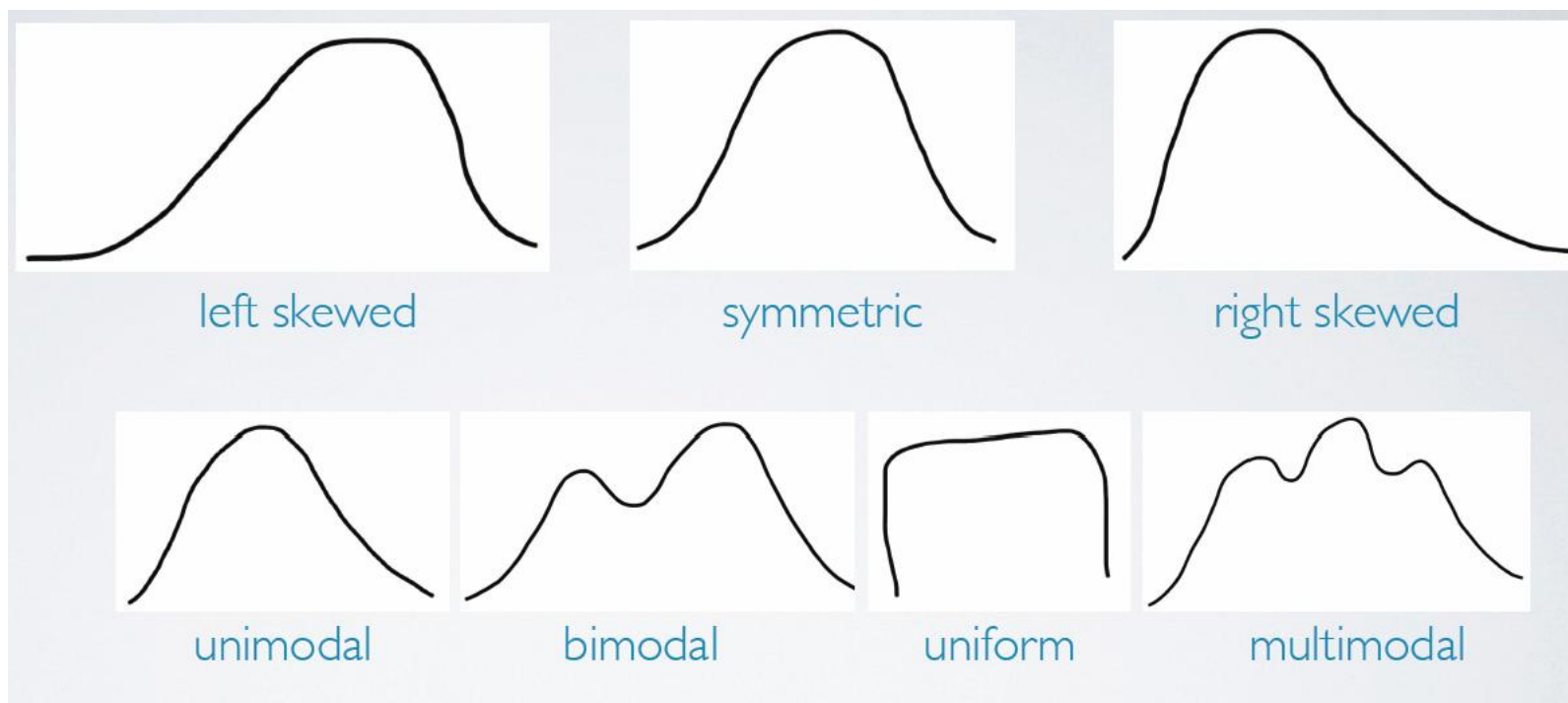
# Mapa gęstości

31



# Kształt rozkładu

32





# Jeden parameter: środek rozkładu

33

- Mean: średnia arytmetyczna
  - $\bar{x}$  średnia z próbki
  - $\mu$  średnia całej populacji
- Mode: wartość o największym prawdopodobieństwie
- Mediana: środek rozkładu (poniżej 50%)

# Przykład: wynik egzaminu 9-ciu studentów

34

75, 69, 88, 93, 95, 54, 87, 88, 27

mean:  $\frac{75+69+88+93+95+54+87+88+27}{9} = 75.11$

mode: 88

median: 27, 54, 69, 75, 87, 88, 88, 93, 95

A gdyby było 10-ciu

27, 54, 69, 75, 87, 88, 88, 93, 95, 100

$$\frac{87 + 88}{2} = 87.5$$

# Wracamy do tabelki

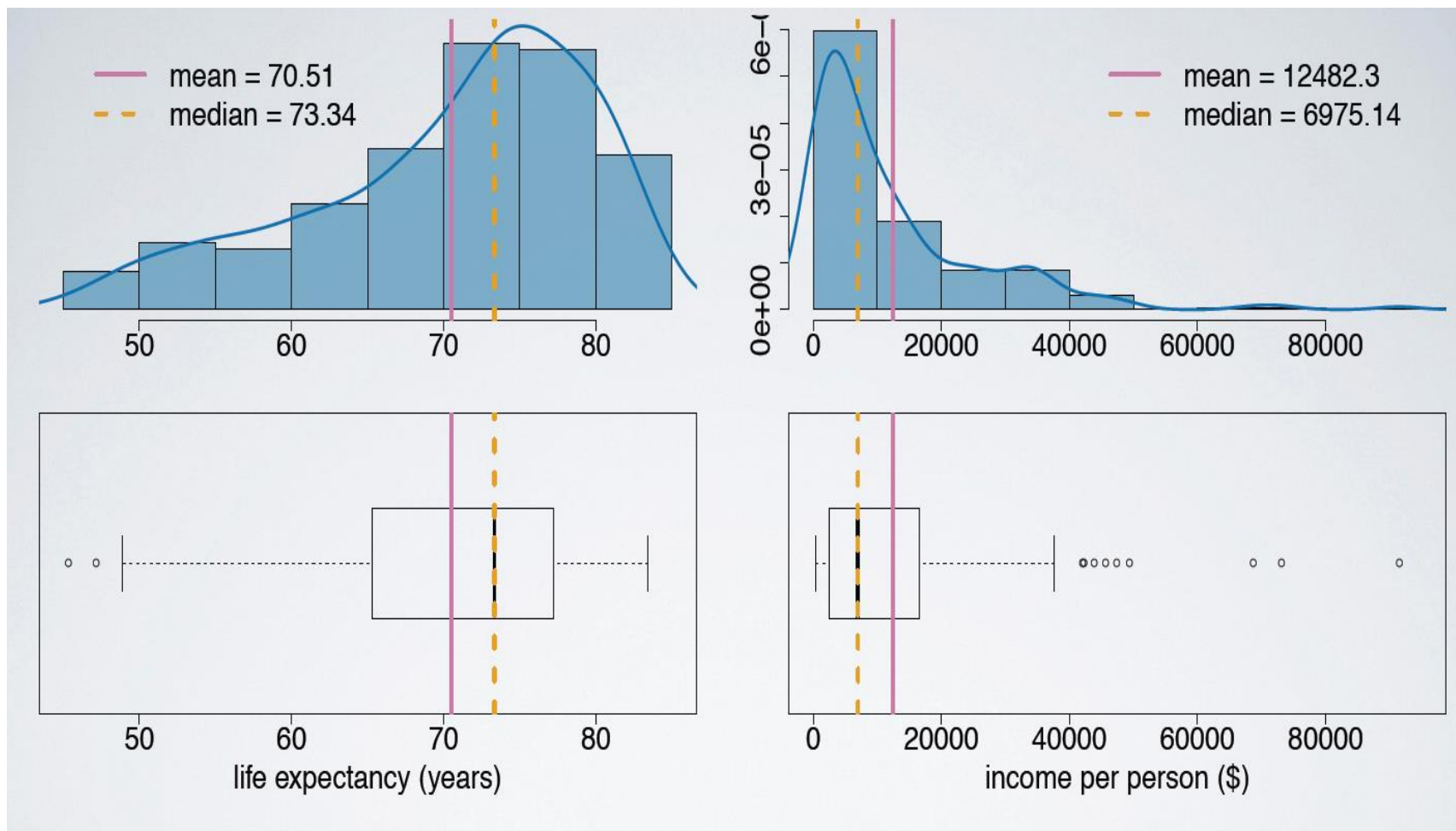
35

data	income per person (\$, 2012)	life expectancy (years, 2012)
Afghanistan	1359.7	60.254
Albania	6969.3	77.185
Algeria	6419.1	70.874
...	...	...
Zimbabwe	545.3	58.142

Source: [gapminder.com](http://gapminder.com)

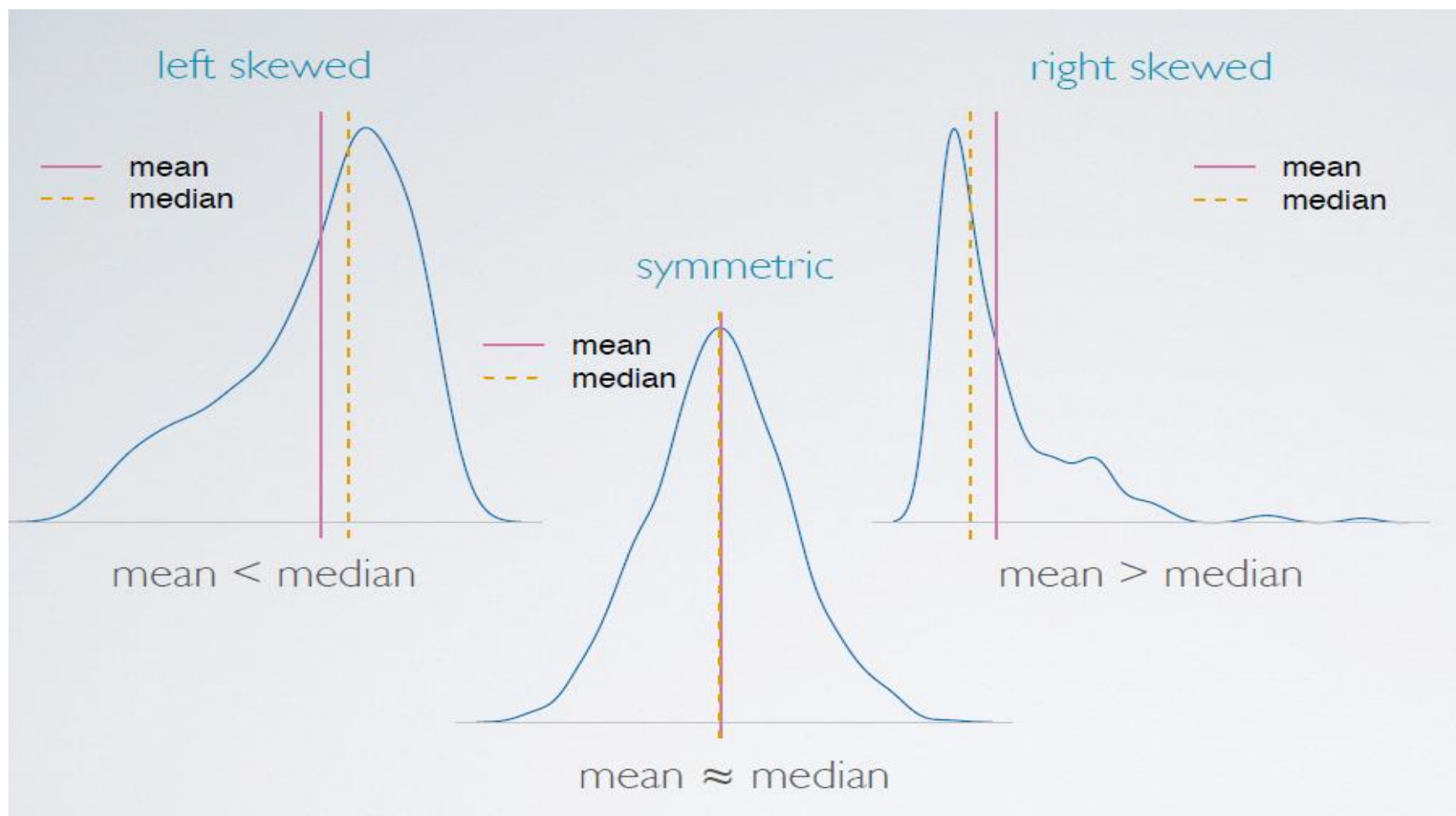
# Wizualizacja danych

36



# Skrzywienie vs Środek

37



# Wariancja

38

sample  
variance  
 $s^2$   
population  
variance  
 $\sigma^2$

w przybliżeniu średni kwadrat odchylenia od średniej

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Przykład: zakładając że średni czas życia jest 70.5 lat  
i w tabelce mamy 201 krajów

$$s^2 = \frac{(60.3 - 70.5)^2 + (77.2 - 70.5)^2 + \dots + (58.1 - 70.5)^2}{201 - 1}$$
$$= 83.06 \text{ years}^2$$

	country	life exp
1	Afghanistan	60.3
2	Albania	77.2
3	Algeria	70.9
	...	...
201	Zimbabwe	58.1

# Wariancja

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

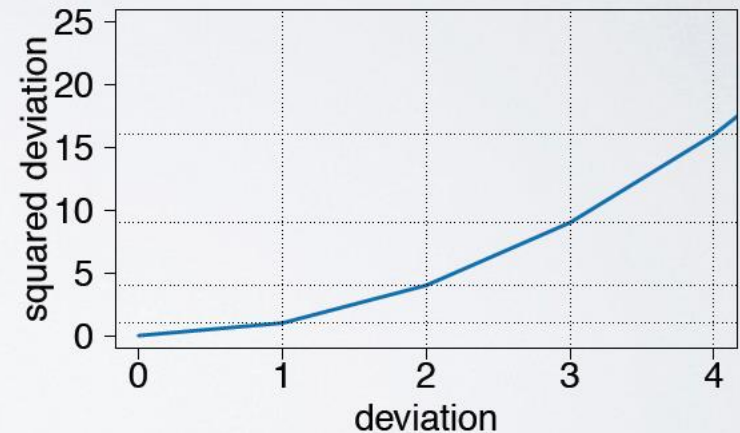
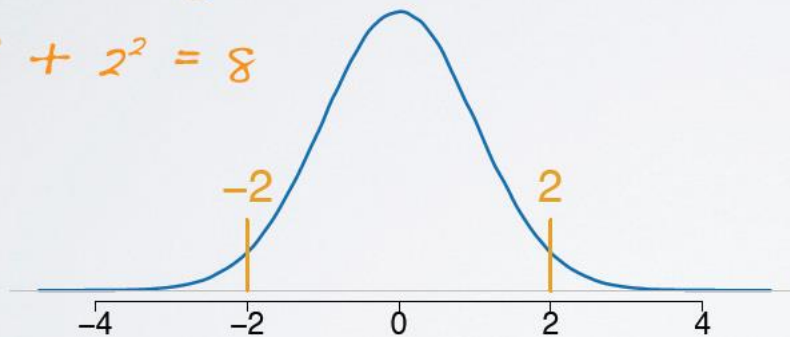
39

## □ Dlaczego różnicę podnosimy do kwadratu?

Aby dodatnie i ujemne różnice nawzajem się nie znosiły

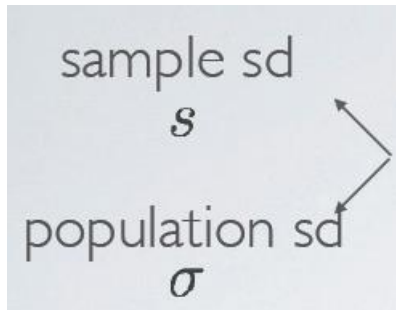
Aby zwiększyć wkład od dużych różnic bardziej niż od małych

$$\begin{aligned}(-2) + 2 &= 0 \\ (-2)^2 + 2^2 &= 8\end{aligned}$$



# Odchylenie standardowe

40



W przybliżeniu średnie odchylenie od wartości średniej i jest w tych samych jednostkach co dane

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

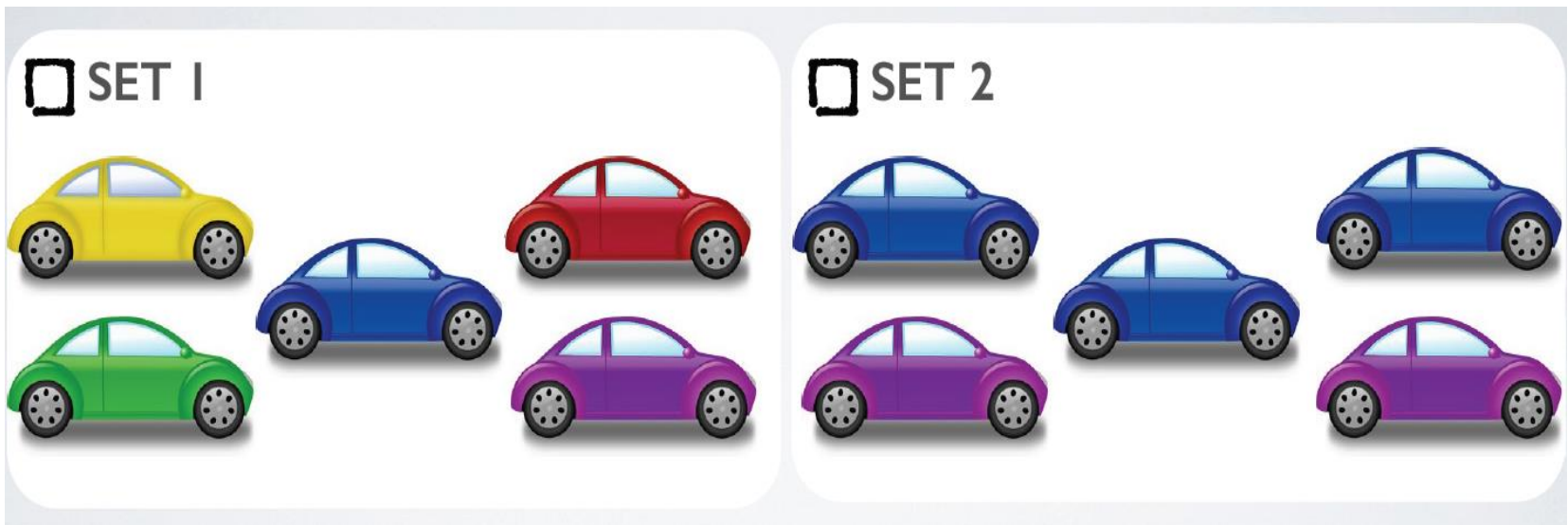
*square root of  
the variance*



# Zmienność vs różnorodność

41

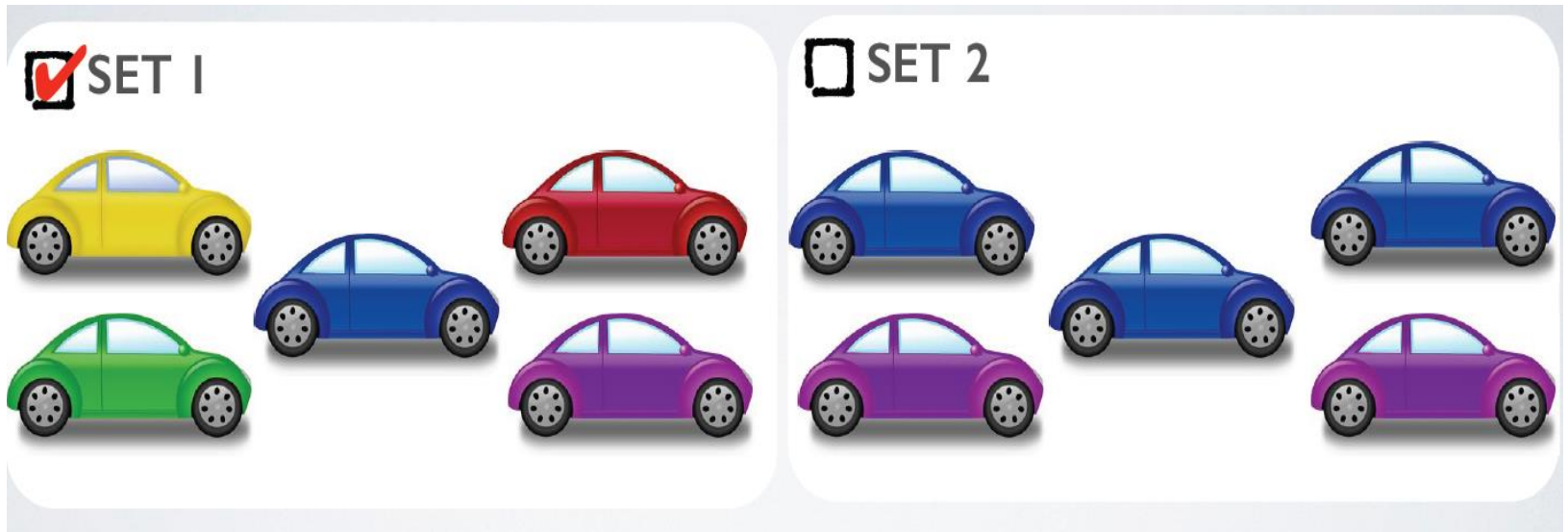
Który z zestawów ma większą różnorodność kolorów



# Zmienność vs różnorodność

42

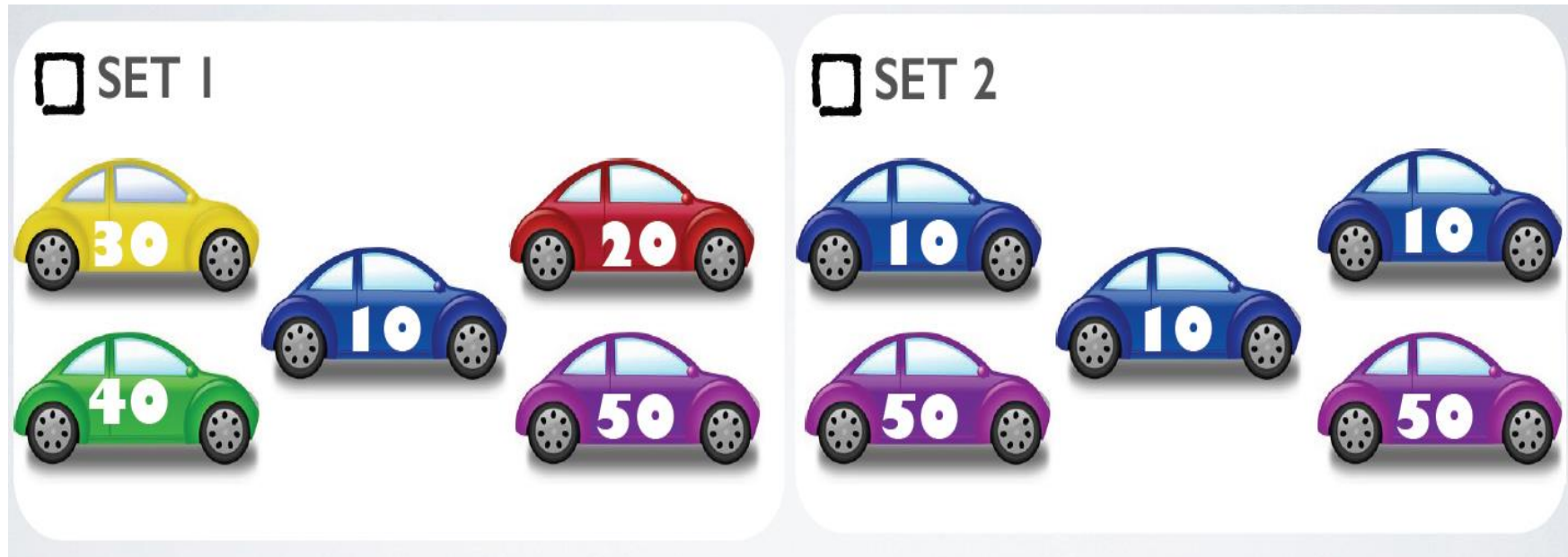
Który z zestawów ma większą różnorodność kolorów



# Zmienność vs różnorodność

43

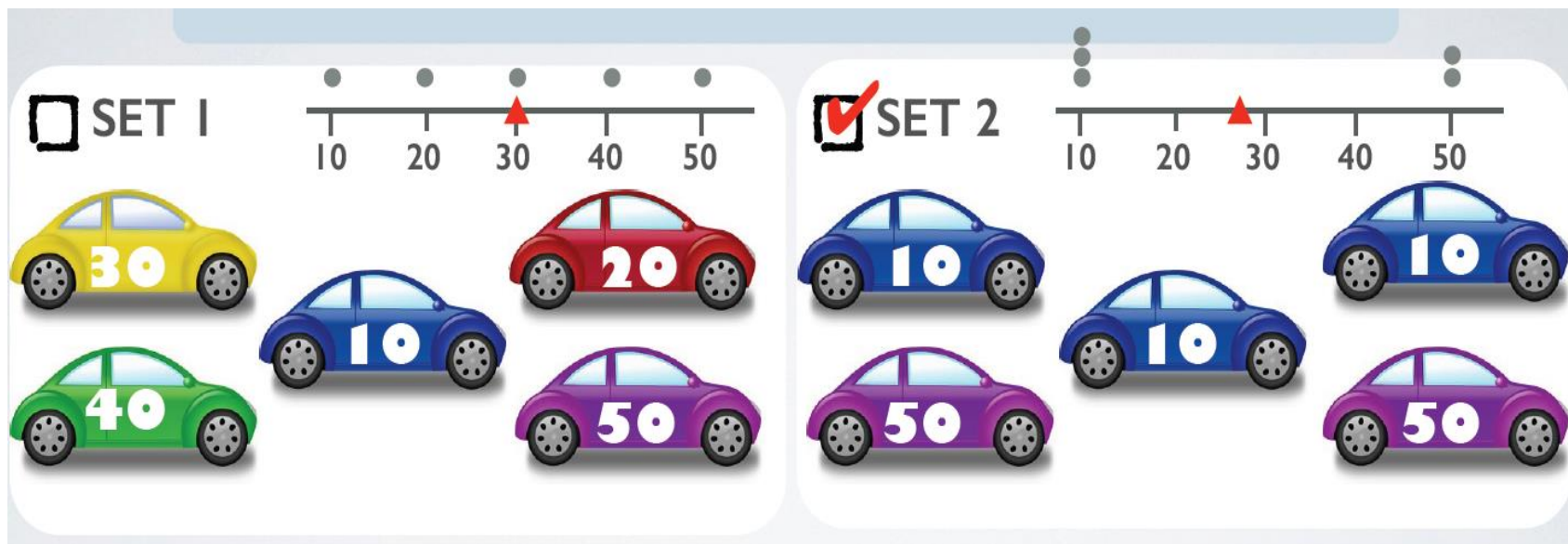
Który z zestawów ma większą zmienność zużycia benzyny?



# Zmienność vs różnorodność

44

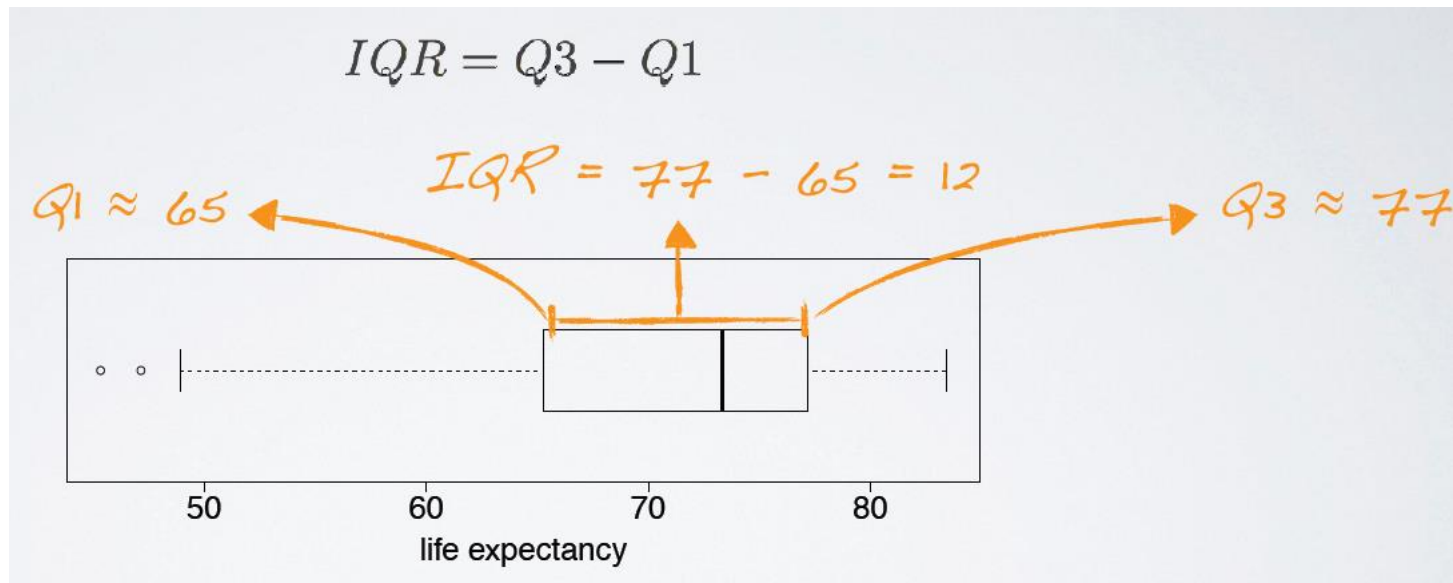
Który z zestawów ma większą zmienność zużycia benzyny? (zmienność = rozrzut)



# Zakres międzykwartylowy (interquartile range)

45

- Zakres w którym mieści się 50% danych, dystans od pierwszej (25% percentyla) do trzeciej (75% percentyla)



# „Odporna” statystyka

46

- Czyli taka aby ekstremalne wartości miały mały wpływ na parametry populacji
- Przykład:

data	mean	median
1, 2, 3, 4, 5, 6	3.5	3.5
1, 2, 3, 4, 5, 1000	169	3.5

# „Odporna” statystyka

47

- Czyli taka aby ekstremalne wartości miały mały wpływ na wartość badaną

	robust	non-robust
center	median	mean
spread	IQR	SD, range

*skewed,  
with extreme  
observations*

*symmetric*

# Transformacja danych

48

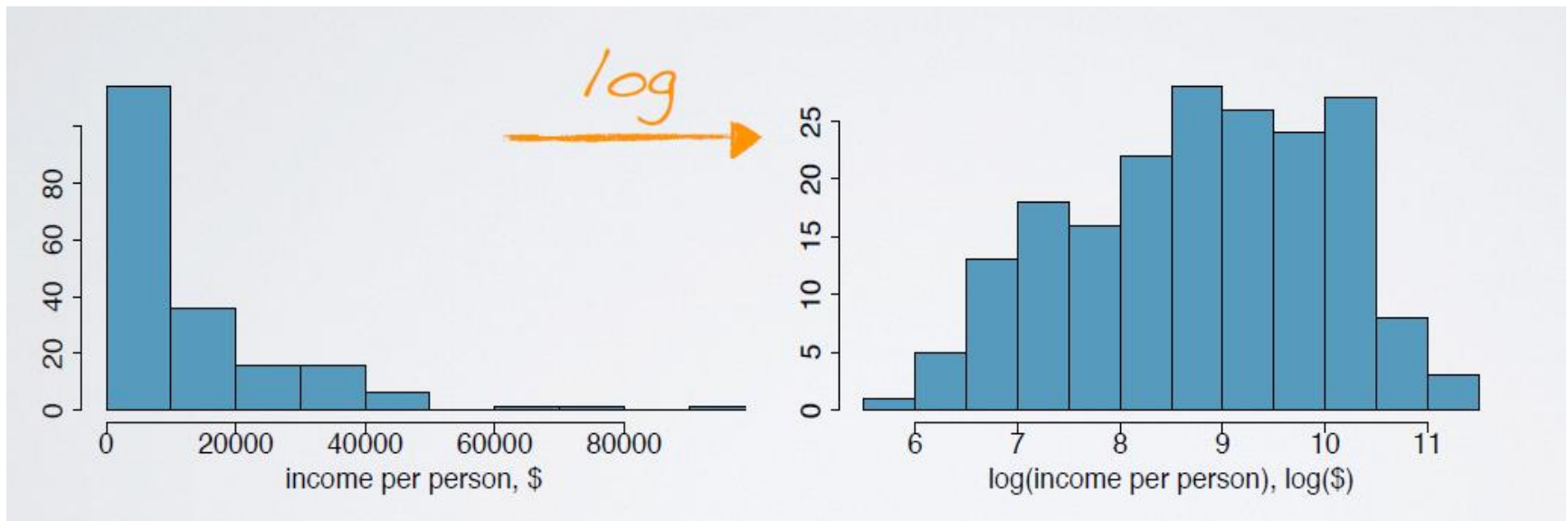
- To jest operacja na danych przy pomocy jakiejś funkcji, np. logarytm
- Jeżeli rozkład w danych jest bardzo przekrzywiony (ma długi ogon) używamy transformacji aby go było łatwiej modelować
- Inne przykłady:
  - ▣ Zobaczyć dane w innej reprezentacji
  - ▣ Zredukować skrzywienia rozkładu
  - ▣ Wyprostować zależność na scatter plocie



# Transformacja przy pomocy $\log_e$

49

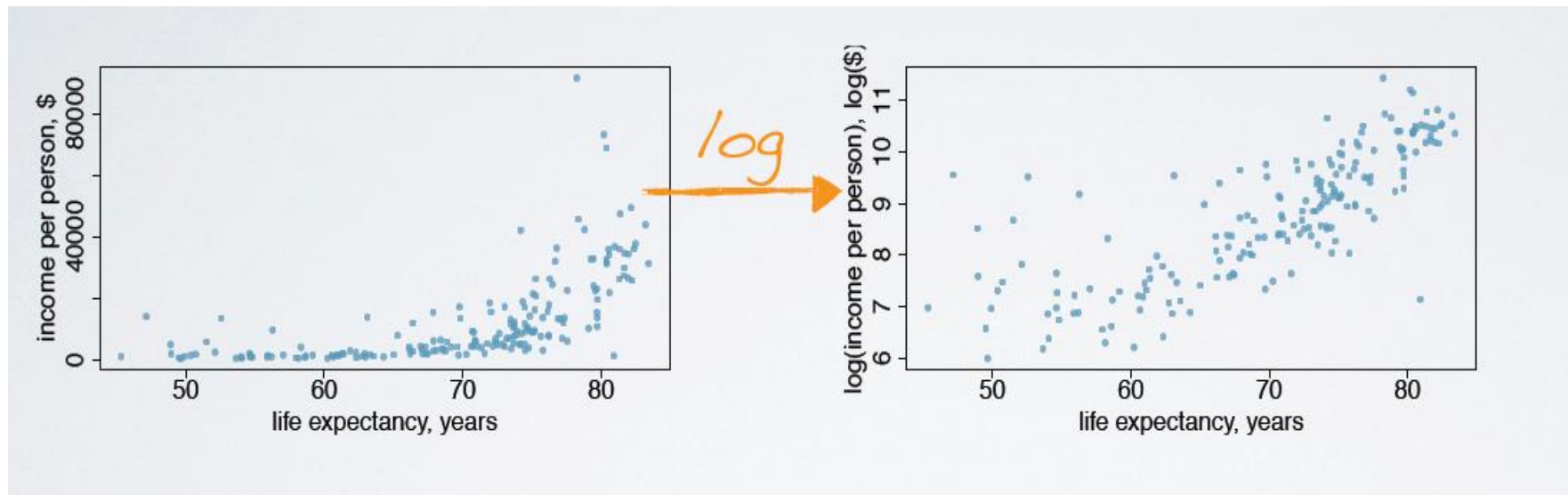
Naturalny log czyli przy podstawie e.  
Wygodny jeżeli dane sklastrowane koło zera.



# Przekształcenie przy pomocy logarytmu

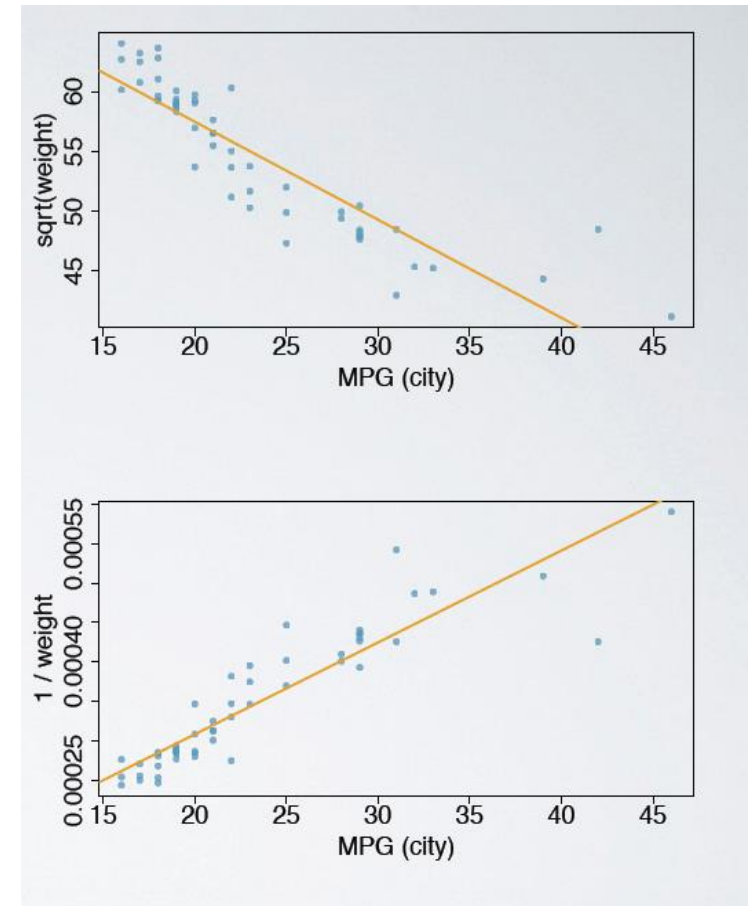
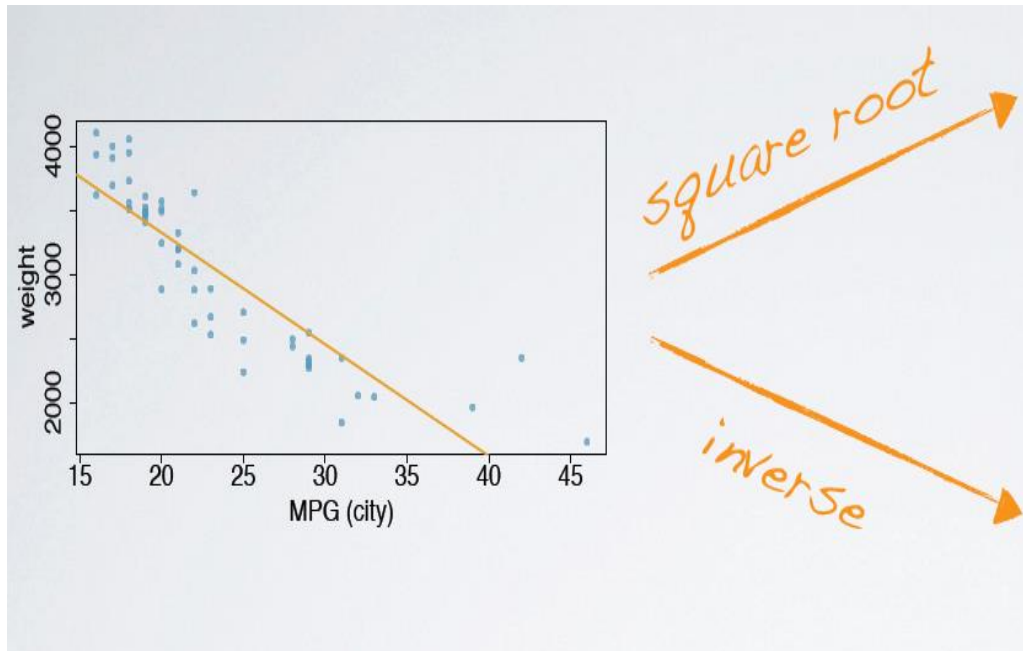
50

Po przekształceniu zależność pomiędzy zmiennymi bardziej liniowa, łatwiejsza do modelowania.



# Inne transformacje

51



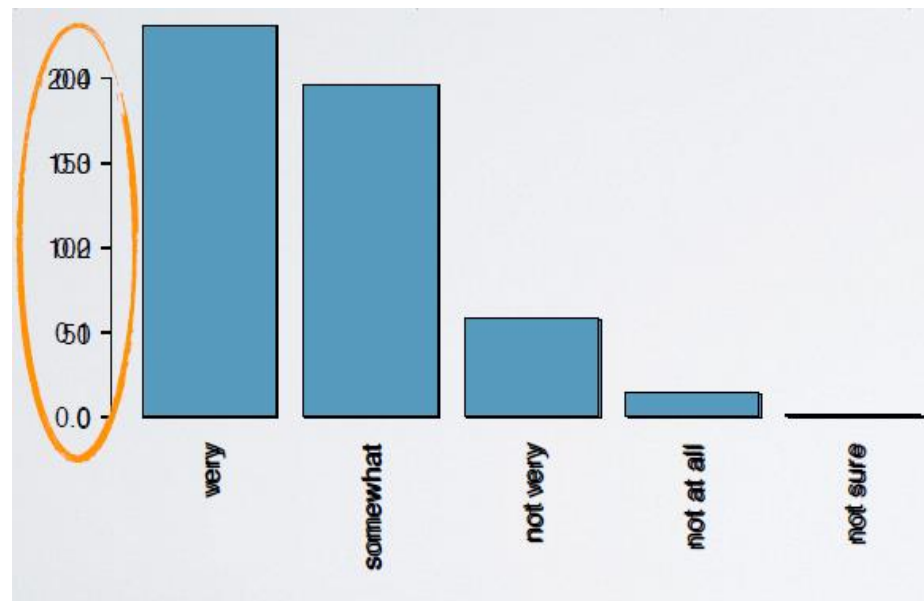
# Zmienne opisowe

52

Tabela

Difficulty saving money	Counts	Frequencies
Very	231	46%
Somewhat	196	39%
Not very	58	12%
Not at all	14	3%
Not sure	1	~0%
Total	500	100%

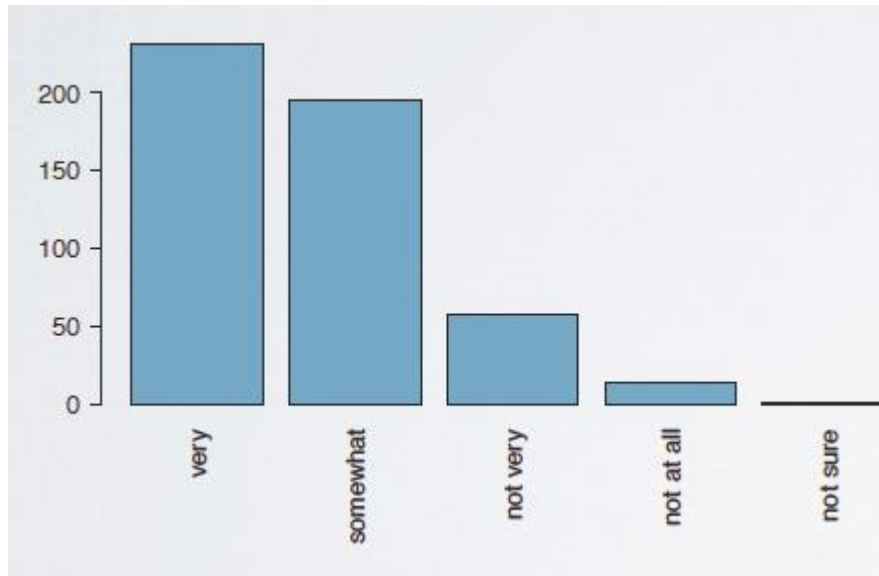
Wykres słupkowy (bar plot)



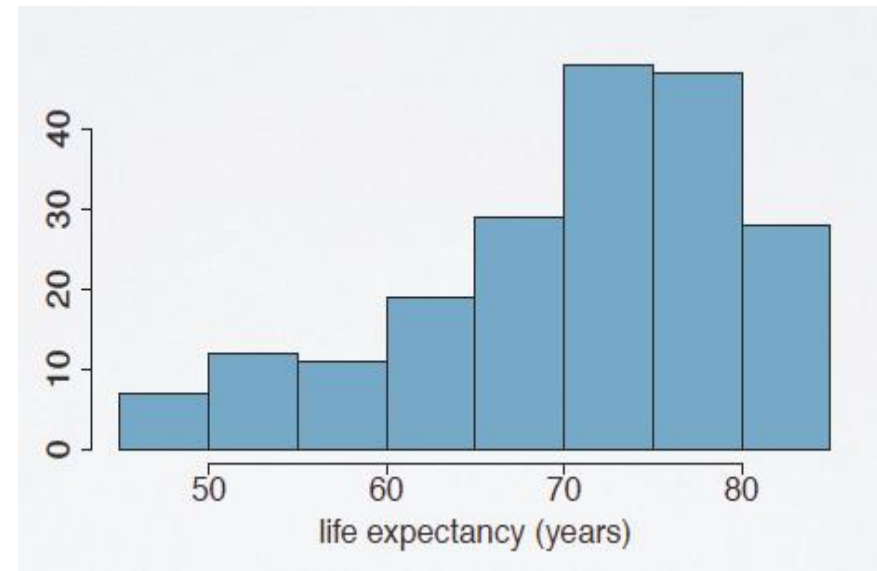
# Wykres słupkowy a histogram

53

Wykres słupkowy używamy do wizualizacji zmiennych opisowych  
Kolejność słupków może być zmieniana



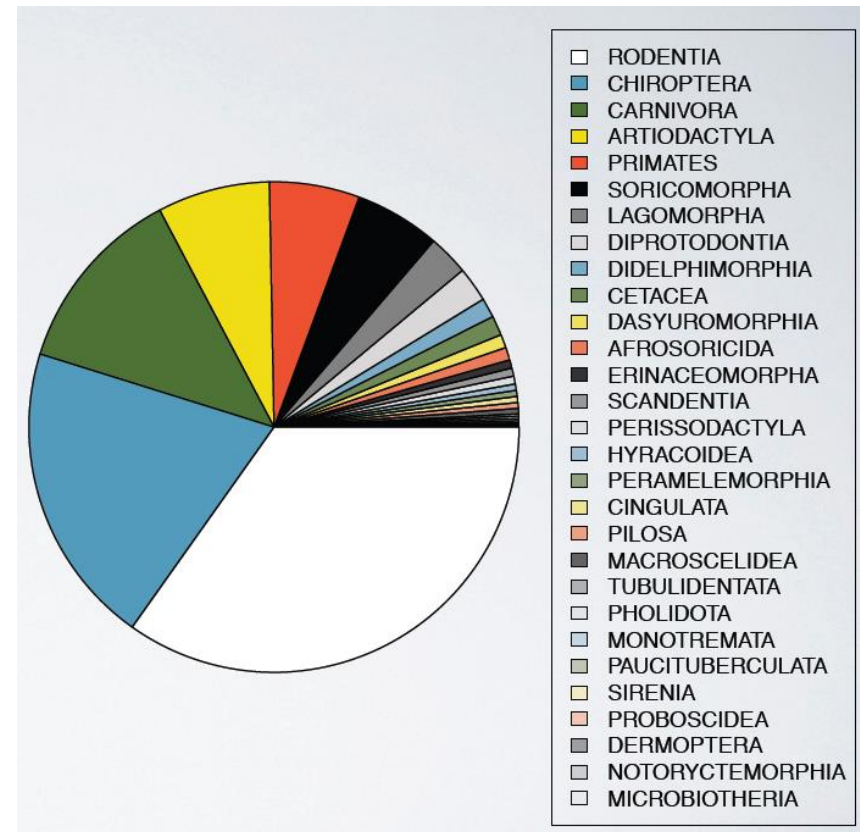
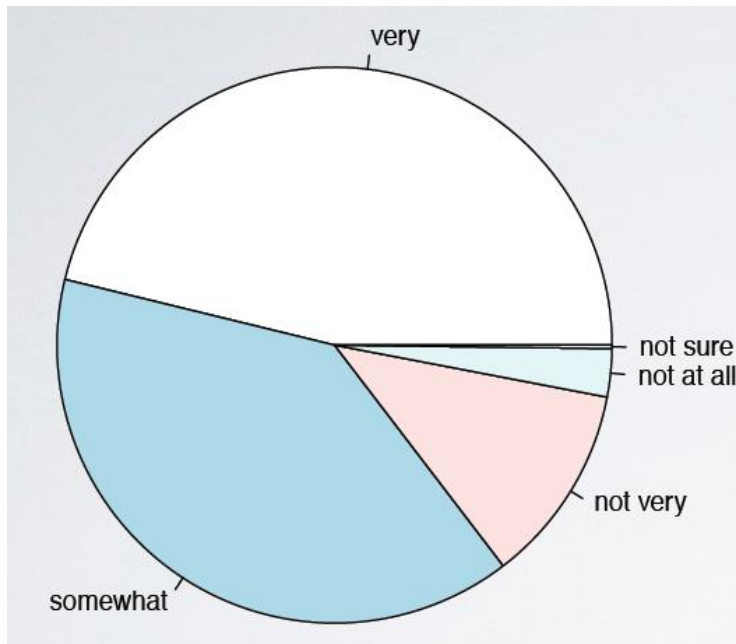
Histogram używamy do wizualizacji zmiennych numerycznych  
oś-x jest zmienna numeryczna, ustalona kolejność binów



# Wykres kołowy (pie chart)

54

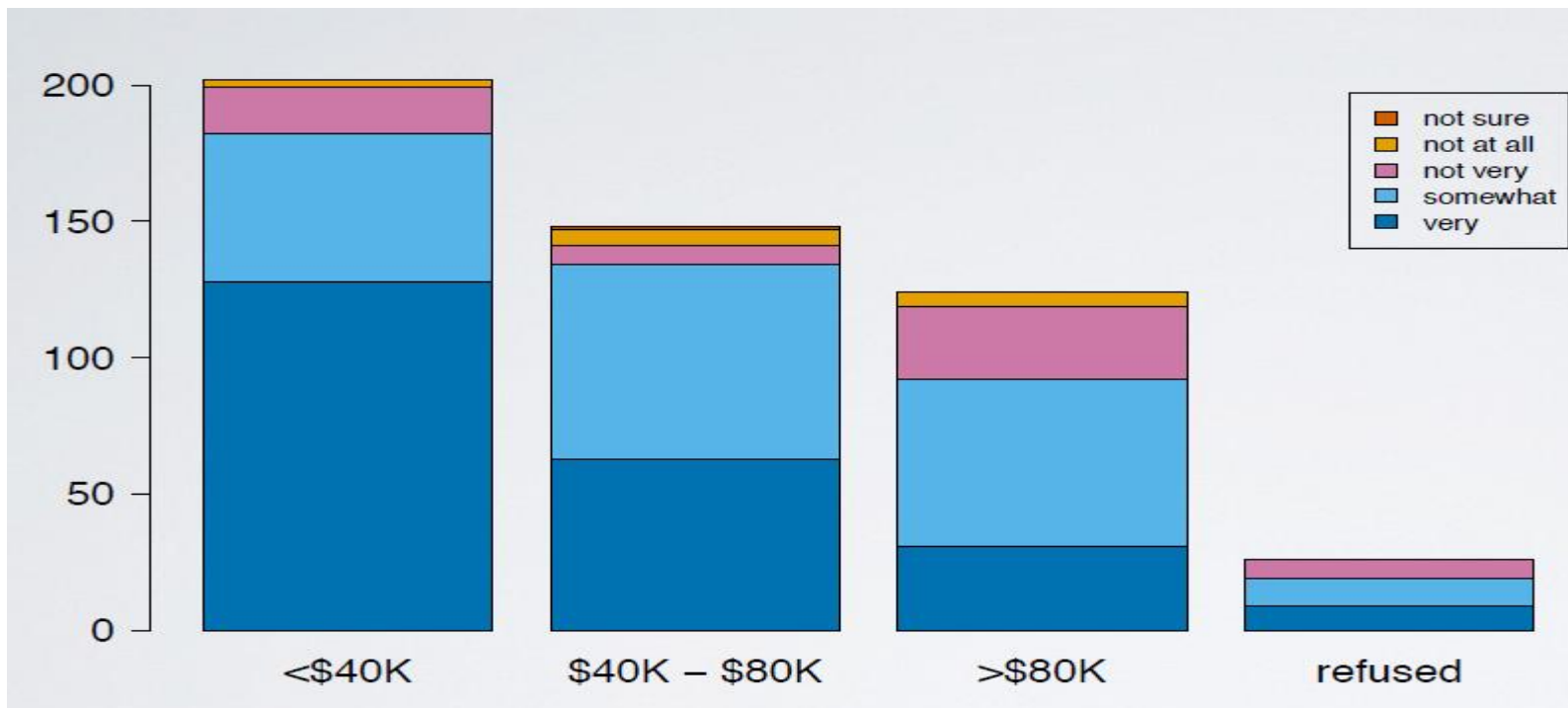
## □ Raczej bezużyteczny



# Segmentowany wykres słupkowy

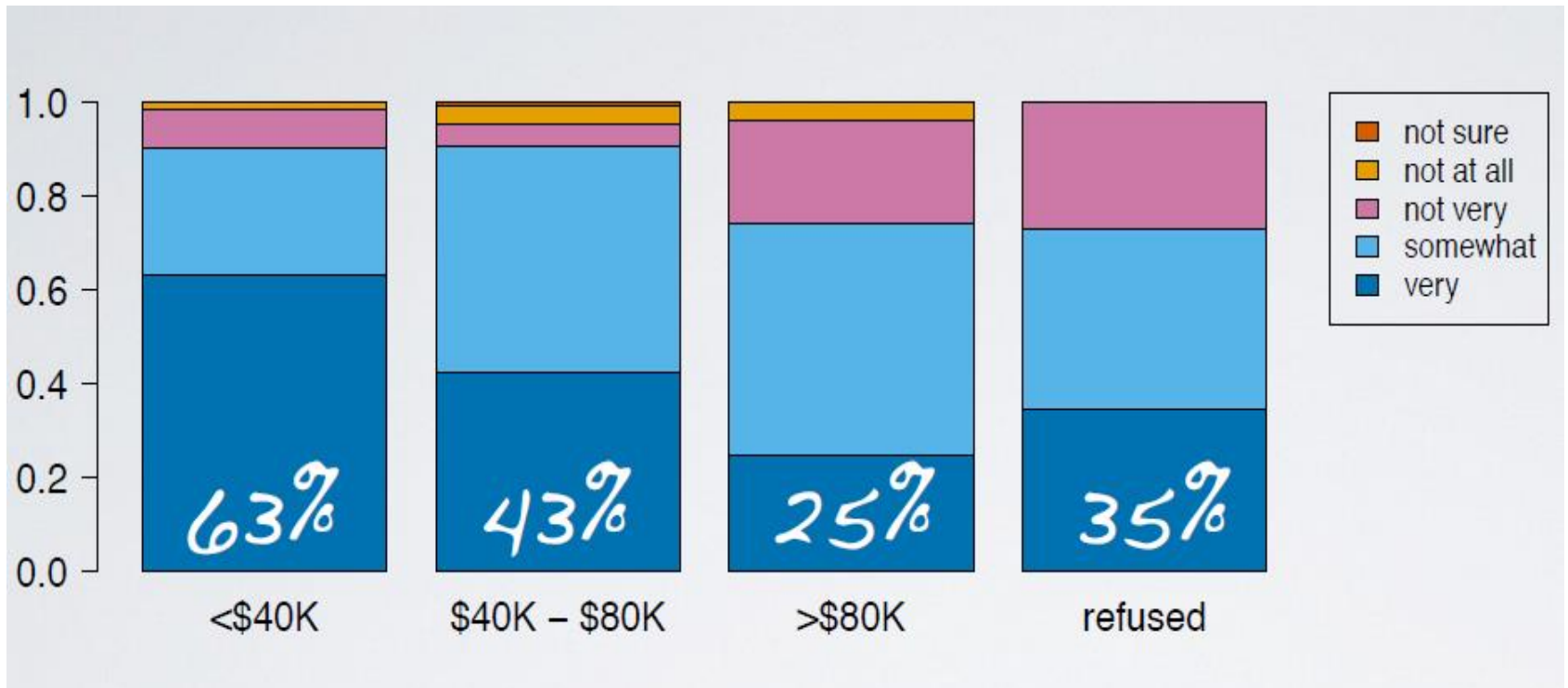
55

- Wygodny aby wizualizować względną częstości i je ze sobą porównywać



# Wykres słupkowy względnej częstości

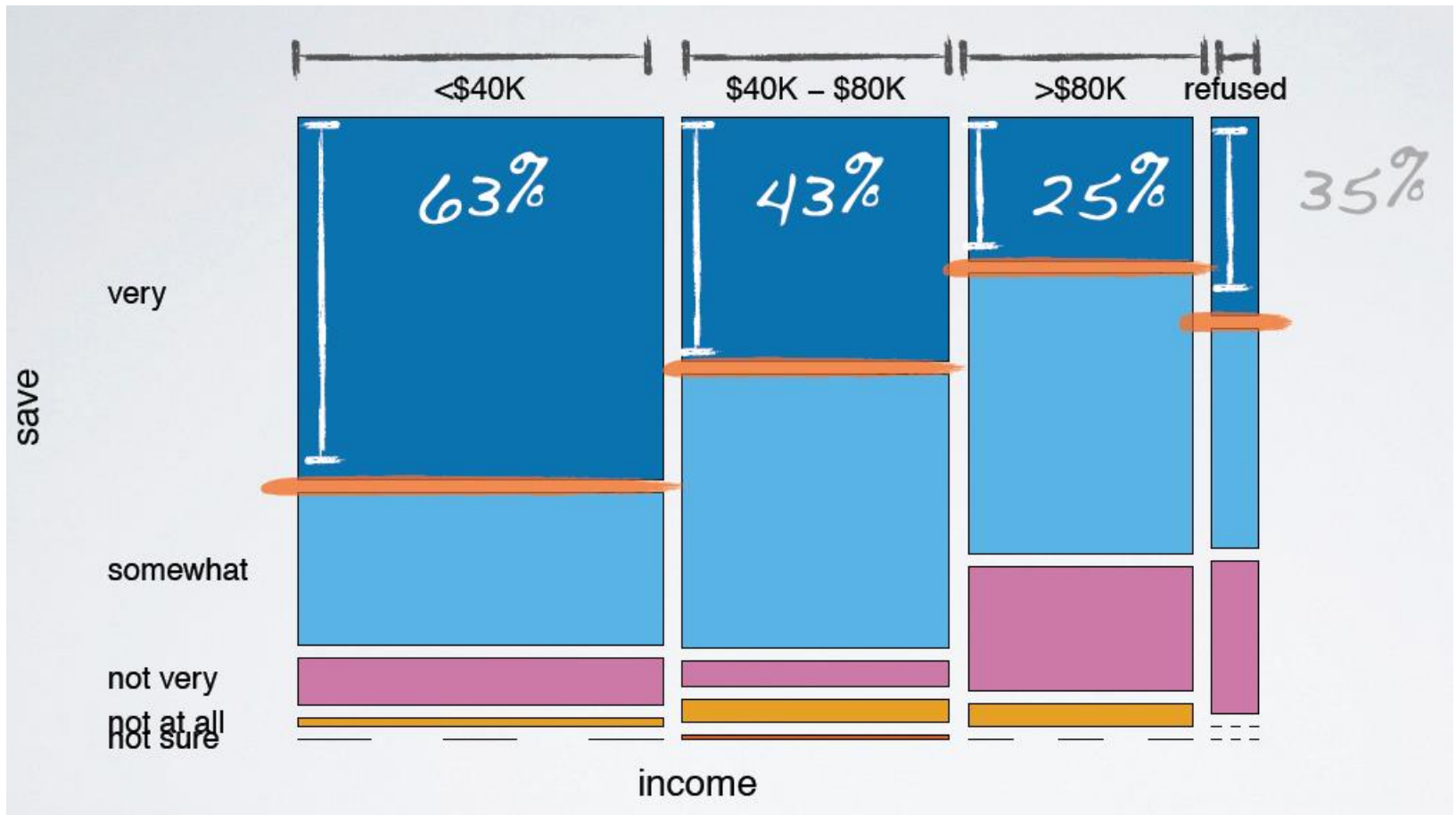
56





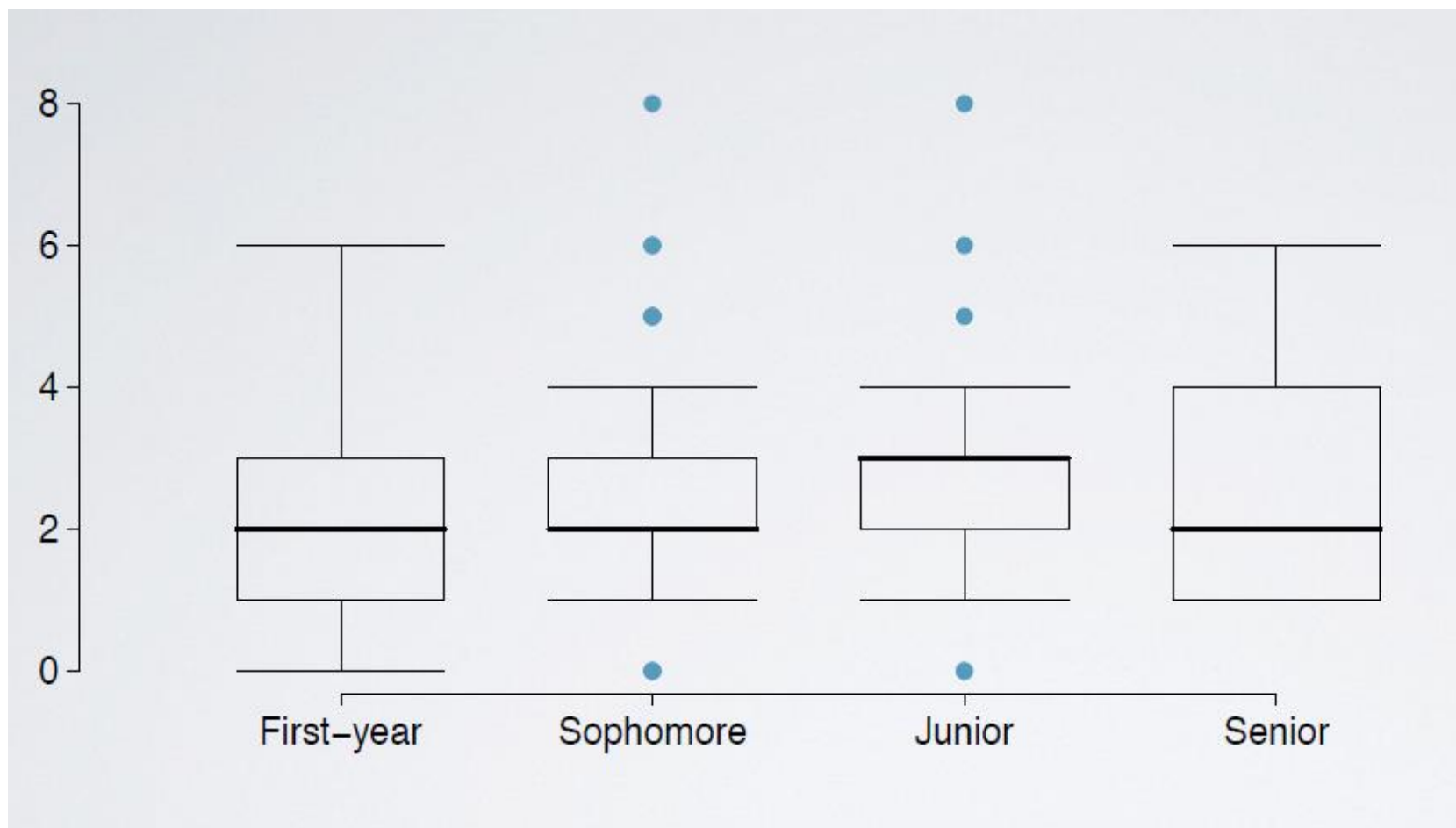
# Wykres mozaikowy

57



# Kilka wykresów pudełkowych

58



# Wnioskowanie statystyczne: przykład

59

- Przykład: Badanie hipotezy o dyskryminacji kobiet
  - 48 mężczyzn-kierowników analizowało te same akta personalne aby podjąć decyzję o promocji
  - Akta były identyczne, różna była tylko zaznaczona płeć
  - Losowo rozdzielono akta pomiędzy kierowników
  - 35/48 akt uzyskało promocje
  
  - Czy kobiety były dyskryminowane?

# Dane

60

		promotion		
		promoted	not promoted	total
gender	male	21	3	24
	female	14	10	24
total		35	13	48

*% of males promoted =  $21/24 \approx 88\%$*

*% of females promoted =  $14/24 \approx 58\%$*

**Różnica w proporcji:  $88\% - 58\% = 30\%$**

# Dwa możliwe wnioski

61

- „Hipoteza O” (null hypothesis).
  - Dyskryminacja nie występuje, wynik jest losową fluktuacją
- „Hipoteza A” (alternative hypothesis)
  - Tak kobiety były dyskryminowane, wynik jest statystycznie znaczący
- Test statystyczny: może stwierdzić że nie ma podstaw aby wyeliminować  $H_0$  lub stwierdzić że są podstawy i przyjąć  $H_A$

# Jak testujemy hipotezę

62

- Startujemy z  $H_0$  przyjmując że reprezentuje „status quo”
- Formułujemy hipotezę  $H_A$  w postaci pytania na które chcemy odpowiedzieć
- Przeprowadzamy test, zakładając że  $H_0$  jest prawdziwe, albo przy pomocy symulacji albo rozważań teoretycznych
  - Jeżeli przeprowadzona symulacja nie daje przekonującej ewidencji na  $H_A$ , przyjmujemy że odpowiedź jest  $H_0$
  - Jeżeli daje, odrzucamy  $H_0$  i przyjmujemy że odpowiedź jest  $H_A$

# Symulacja: weźmy talię kart

63

- „twarze” – reprezentują nie-promowanych,  
„liczby” – reprezentują promowanych
  - ▣ Odrzucamy jokery
  - ▣ Odrzucamy 3 Asy – zostaje 13 „twarzy” (A, K, D, W)
  - ▣ Odrzucamy 1 kartę z liczbą – zostaje 35 „liczb”

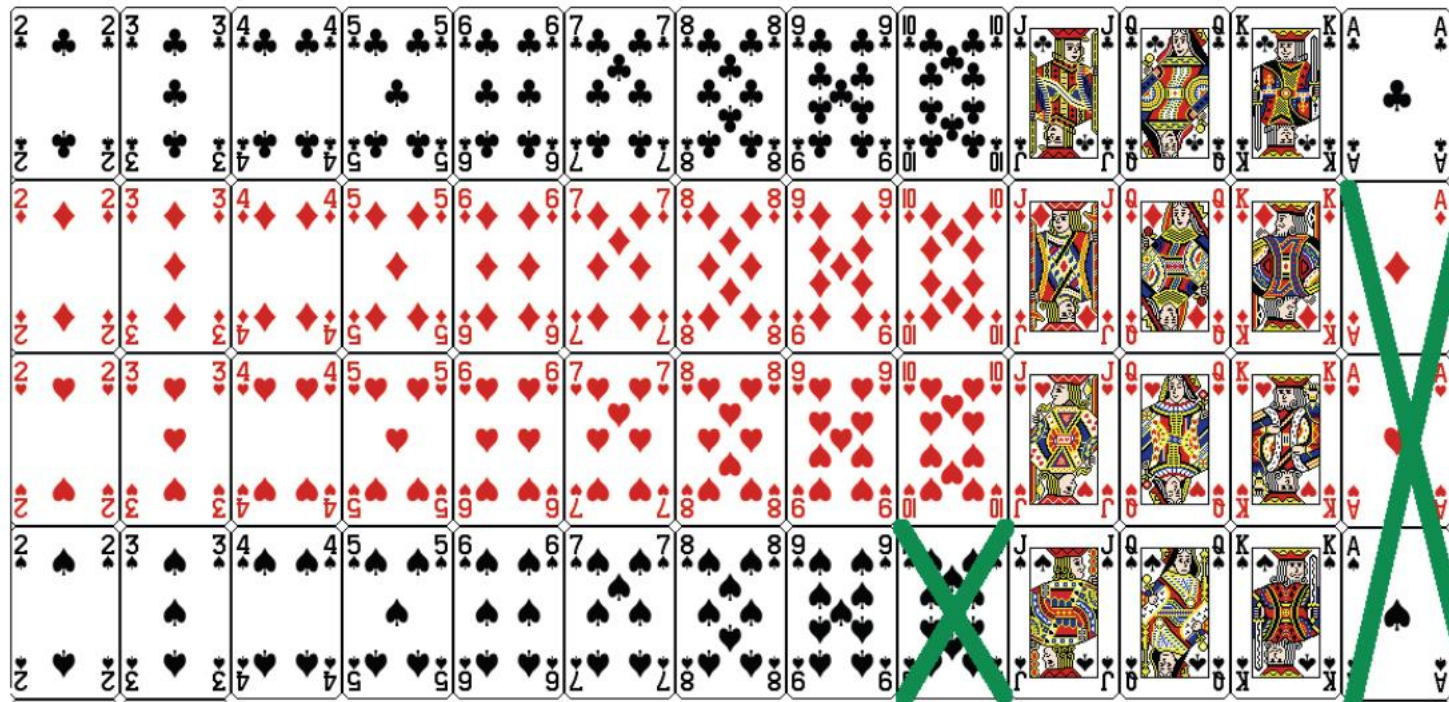
# Przygotowujemy symulację

64

Step I:

35 number (non-face) cards

13 face cards





# Kolejne kroki

65

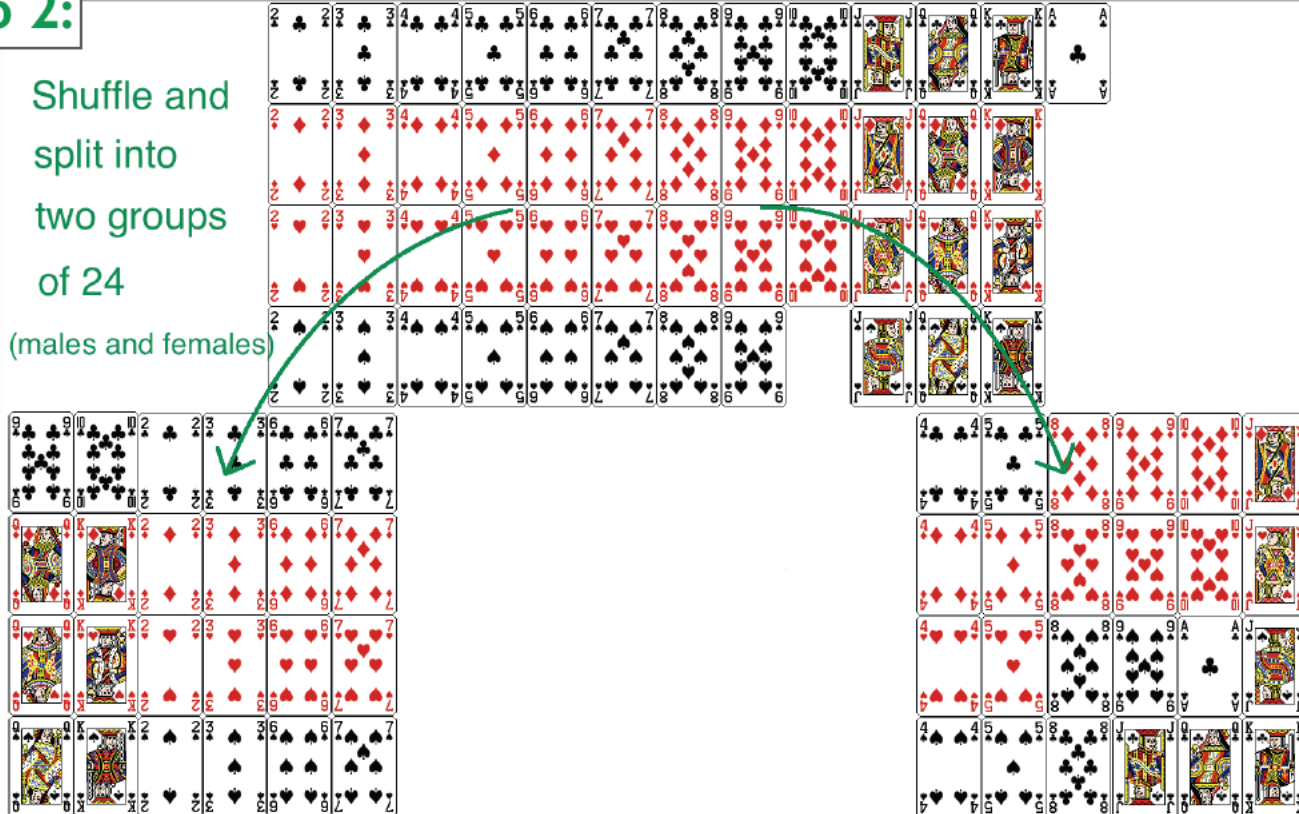
- 1) Tasujemy karty
- 2) Dzielimy na dwie grupy (losowo) reprezentujące „mężczyzn” i „kobiety”
- 3) Liczymy ilość „liczbowych kart” w każdej grupie, reprezentuje to promocje
- 4) Liczymy proporcje promocji w każdej grupie, zapisujemy wynik różnicy w proporcji
- 5) Powtarzamy (1) – (4) wielokrotnie

# Tasujemy, dzielimy na grupy

66

## Step 2:

Shuffle and  
split into  
two groups  
of 24  
(males and females)

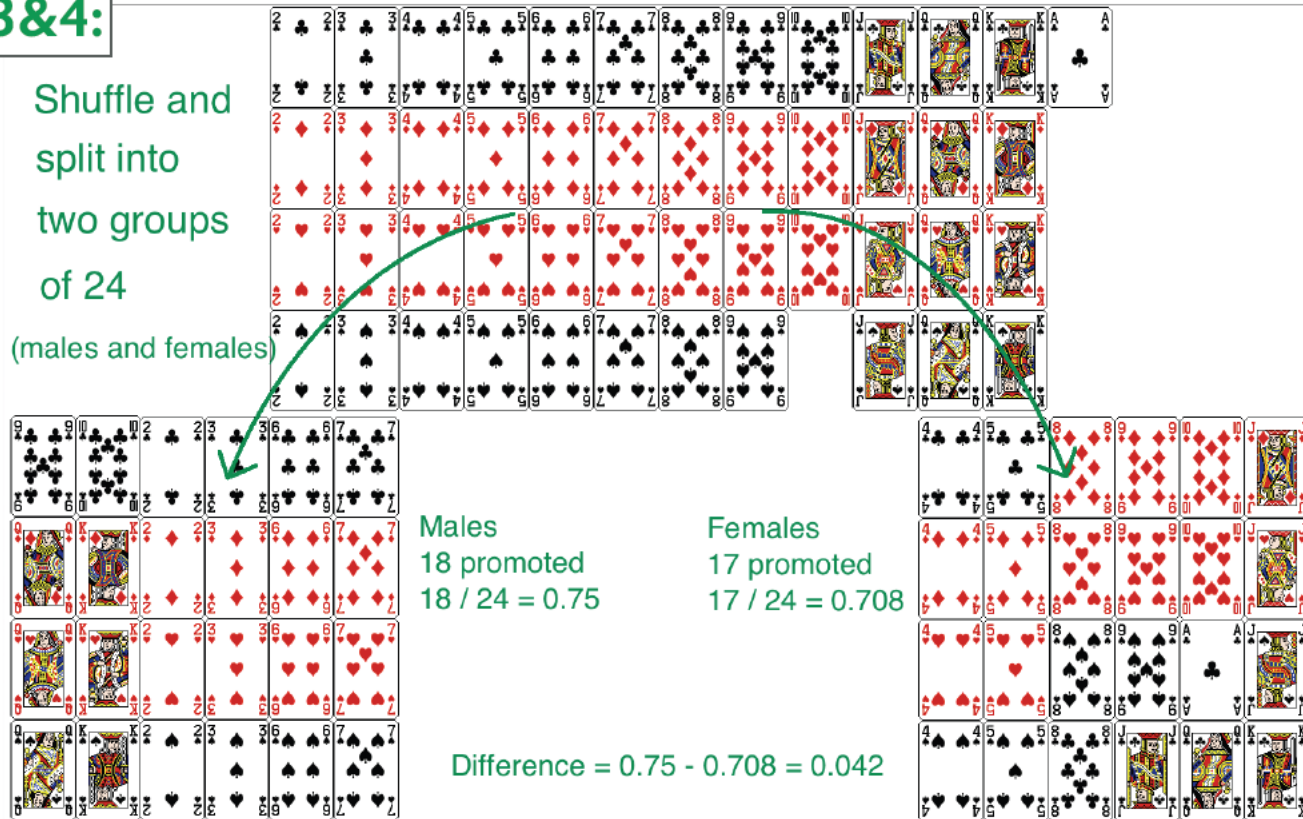


# Liczymy proporcje promocji w każdej grupie

67

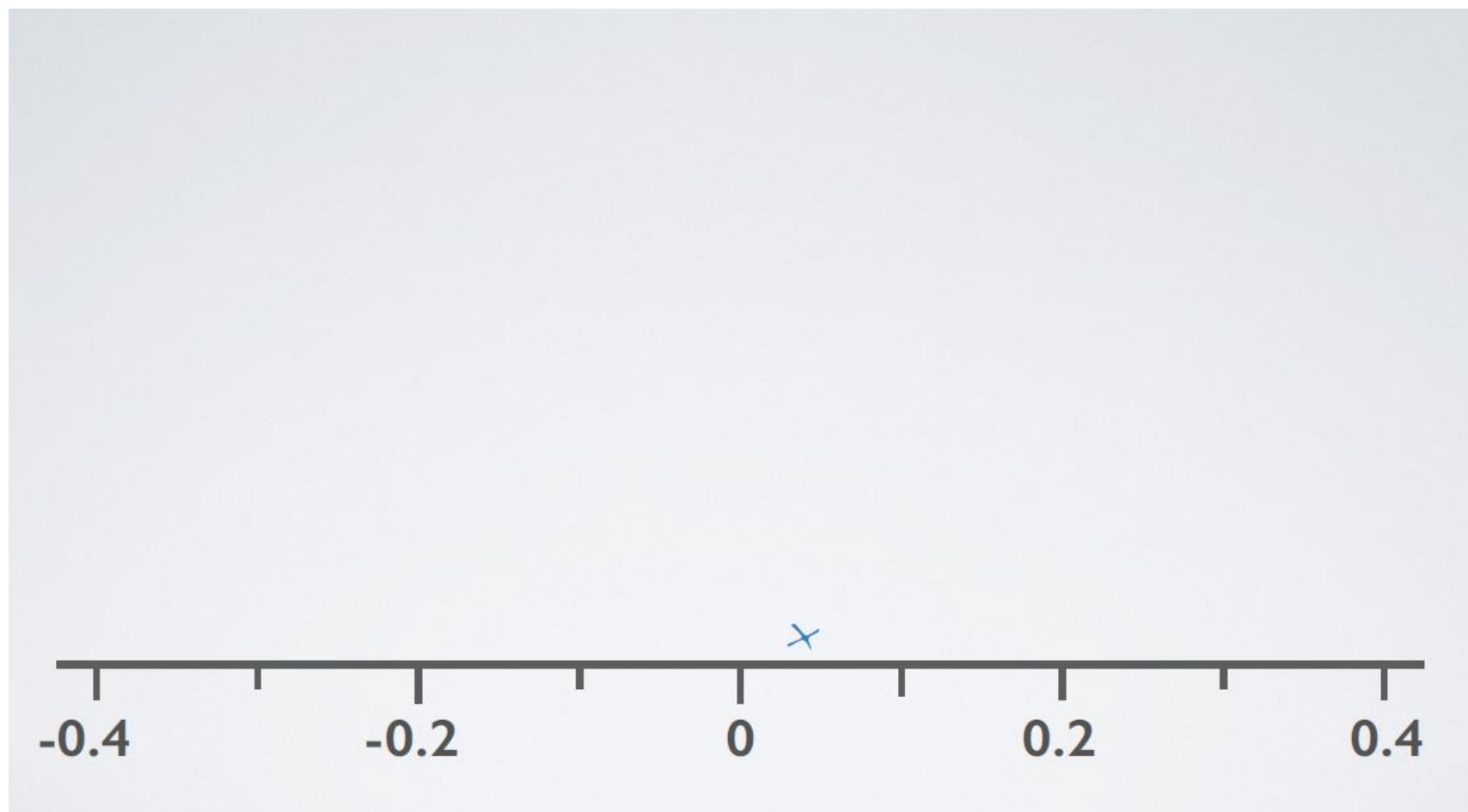
## Steps 3&4:

Shuffle and  
split into  
two groups  
of 24  
(males and females)



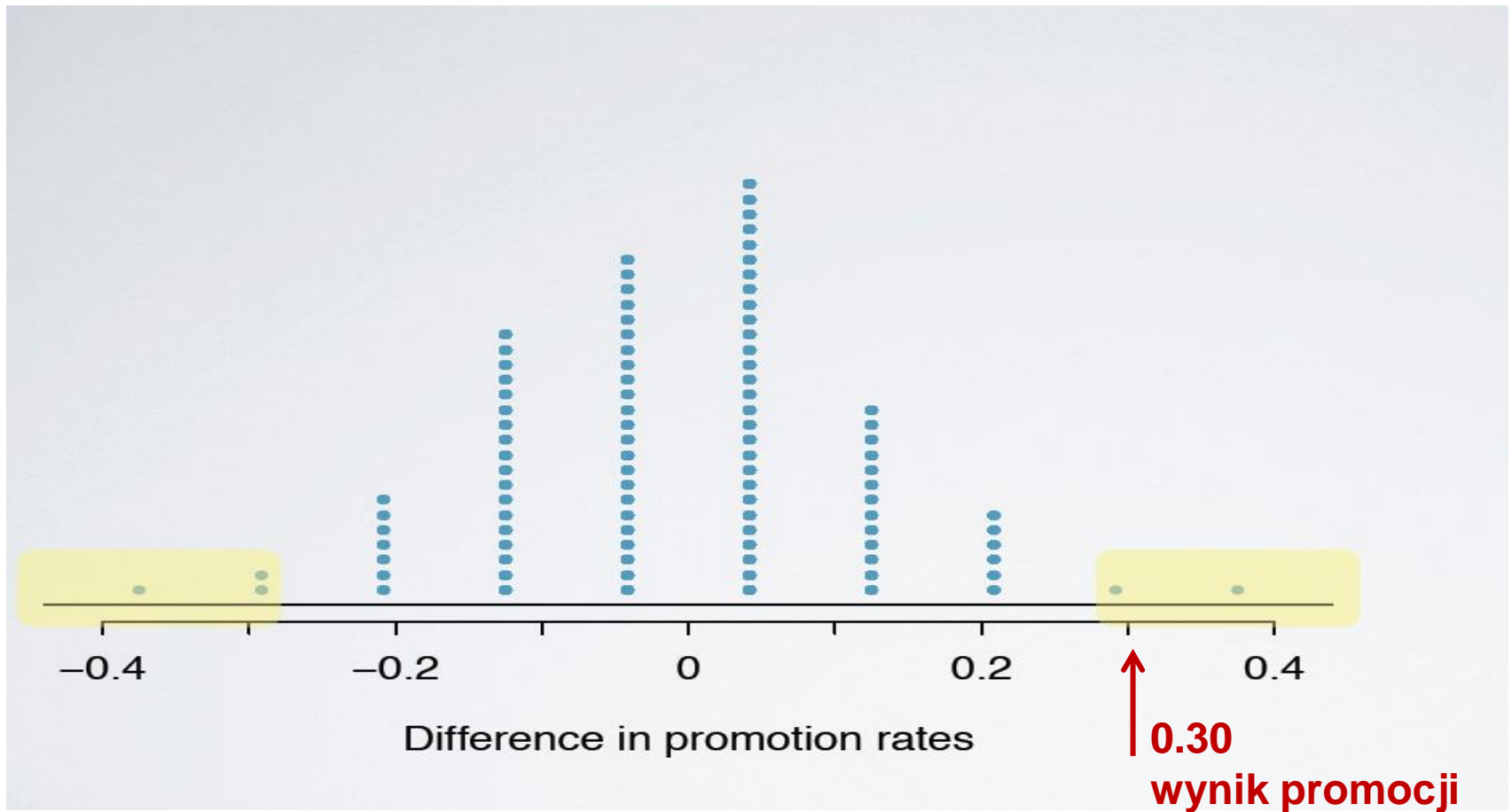
# Zaznaczamy wynik na wykresie

68



# Powtarzamy symulacje wiele razy

69



# Interpretacja wyników

70

- Wyniki z symulacji nie wyglądają jak dane, przyjmujemy za prawdę hipotezę  $H_A$
- Różnica 0.30 to daleki ogon rozkładu, możemy policzyć jej **p-value** czyli prawdopodobieństwo że wynik symulacji byłby taki jak dane lub bardziej ekstremalny.

