TEORETYCZNE PODSTAWY INFORMATYKI

8/10/2013

WFAiS UJ, Informatyka Stosowana
I rok studiów, I stopień

Wykład 2

Struktury danych i algorytmy

- Analiza algorytmów
- Typy danych i struktury danych
- Sposoby zapisu algorytmów
- Rodzaje algorytmów
- Schematy blokowe i algografy
- Wybór algorytmu

Struktury danych i algorytmy

- **Struktury danych** to **narzędzia** do reprezentowania informacji która ma być przetworzona przez program komputerowy,
- **Algorytmy** to **przepisy** wykonania czynności niezbędnych do jej przetworzenia.
- **Wybór algorytmu** do rozwiązania konkretnego problemu programistycznego pomaga w ustaleniu, jaką strukturę danych należałoby użyć, ale i odwrotnie – **wybrana struktura danych** ma ogromny wpływ na szczegóły realizacji i efektywności algorytmu.

Analiza algorytmów

- **Analiza algorytmów** i powiązanych z nimi struktur danych.
  - Znalezienie najlepszych sposobów wykonywania najczęściej spotykanych poleceń,
    - musimy nauczyć się podstawowych technik projektowania dobrych algorytmów.
  - Zrozumienie w jaki sposób wykorzystywać struktury danych i algorytmy tak, by tworzyć efektywne (szybkie) programy.

Typy danych i struktury danych

- Dane są to **„obiekty”** którymi manipuluje algorytm.
- Te obiekty to nie tylko dane wejściowe lub wyjściowe (wyniki działania algorytmu), to również obiekty pośrednie tworzone i używane w trakcie działanie algorytmu.
- Dane mogą by różnych **typów**, do najpospolitszych należą liczby (całkowite, dziesiętne, ułamkowe) i słowa zapisane w rozmaitych alfabetach.

Typy danych i struktury danych

- Interesują nas sposoby w jaki algorytmy mogą **organizować, zapamiętywać i zmieniać** zbiory danych oraz „sięgać” do nich.
  - Zmienne czyli „pudelka” w których chwilowo przechowujemy jakąś wartość,
  - Wektory,
  - Listy,
  - Tablice czyli tabele (macierze), w których to możemy odwoływać się do indeksów,
  - Kolejki i stosy,
  - Drzewa, czyli hierarchiczne ułożenie danych,
  - Zbiory…. Grafy…. Relacje….

Typy danych i struktury danych

- W wielu zastosowaniach same struktury danych nie wystarczają.
- Czasami potrzeba bardzo **obszernych zasobów danych**, stanowiących dla wielu algorytmów potencjalne dane wejściowe, a więc mające ustaloną strukturę i nadające się do odszukiwania i manipulowania nimi.
- Nazywa się je **bazami danych** (relacyjne i hierarchiczne).
- Kolejny krok to **bazy wiedzy**, których elementami są bazy danych, a które zawierają również informacje o związkach pomiędzy danymi.

Algorytmy

- **Algorytm** to „przepis postępowania” prowadzący do rozwiązania konkretnego zadania; zbiór poleceń dotyczących pewnych obiektów (danych) ze wskazaniem kolejności w jakiej mają być wykonane”.
- Jest jednoznaczną i precyzyjną specyfikacją kroków które mogą być wykonywane „mechanicznie”.
- Algorytm odpowiada na pytanie „jak to zrobić” postawione przy formułowaniu zadania. Istota algorytmu polega na rozpisaniu całej procedury na kolejne, możliwie elementarne kroki.
- **Algorytmiczne myślenie** można kształtować niezależnie od programowania komputerów, chociaż każdy program komputerowy jest zapisem jakiegoś algorytmu.

Sposoby zapisu algorytmu

- Najprostszy sposób zapisu to **zapis słowny**
  - Pozwala określić kierunek działań i odpowiedzieć na pytanie, czy zagadnienie jest możliwe do rozwiązania.
- Bardziej konkretny zapis to **lista kroków**
  - Staramy się zapisać kolejne operacje w postaci kolejnych kroków które należy wykonać.
- Bardzo wygodny zapis to **zapis graficzny**
  - schematy blokowe i grafy.

Sposoby zapisu algorytmu

- Zapis algorytmu przy pomocy **listy kroków**:
  - sformułowanie zagadnienia (zadanie algorytmu),
  - określenie zbioru danych potrzebnych do rozwiązania zagadnienia (określenie czy zbiór danych jest właściwy),
  - określenie przewidywanego wyniku (wyników): co chcemy otrzymać i jakie mogą być warianty rozwiązania,
  - zapis kolejnych ponumerowanych kroków, które należy wykonać, aby przejść od punktu początkowego do końcowego.

Rodzaje algorytmów

Algorytm liniowy:

- Ma postać ciągu kroków których jest **liniowa ilość (np. stała albo proporcjonalna do liczby danych)** które muszą zostać bezwarunkowo wykonane jeden po drugim.
- Algorytm taki **nie zawiera żadnych warunków ani rozgałęzień**: zaczyna się od podania zestawu danych, następnie wykonywane są kolejne kroki wykonawcze, aż dochodzimy do wyniku.

Algorytm liniowy - przykład

- Przykład: dodanie lub mnożenie dwóch liczb
- **Sformułowanie zadania:** oblicz sumę dwóch liczb naturalnych: a,b. Wynik oznacz przez S.
- **Dane wejściowe:** dwie liczby a i b
- **Cel obliczeń:** obliczenie sumy S = a + b
- **Dodatkowe ograniczenia:** sprawdzenie warunku dla danych wejściowych np. czy a, b są naturalne.
  - Ale sprawdzenie pewnych warunków sprawia że algorytm przestaje być liniowy

Rodzaje algorytmów

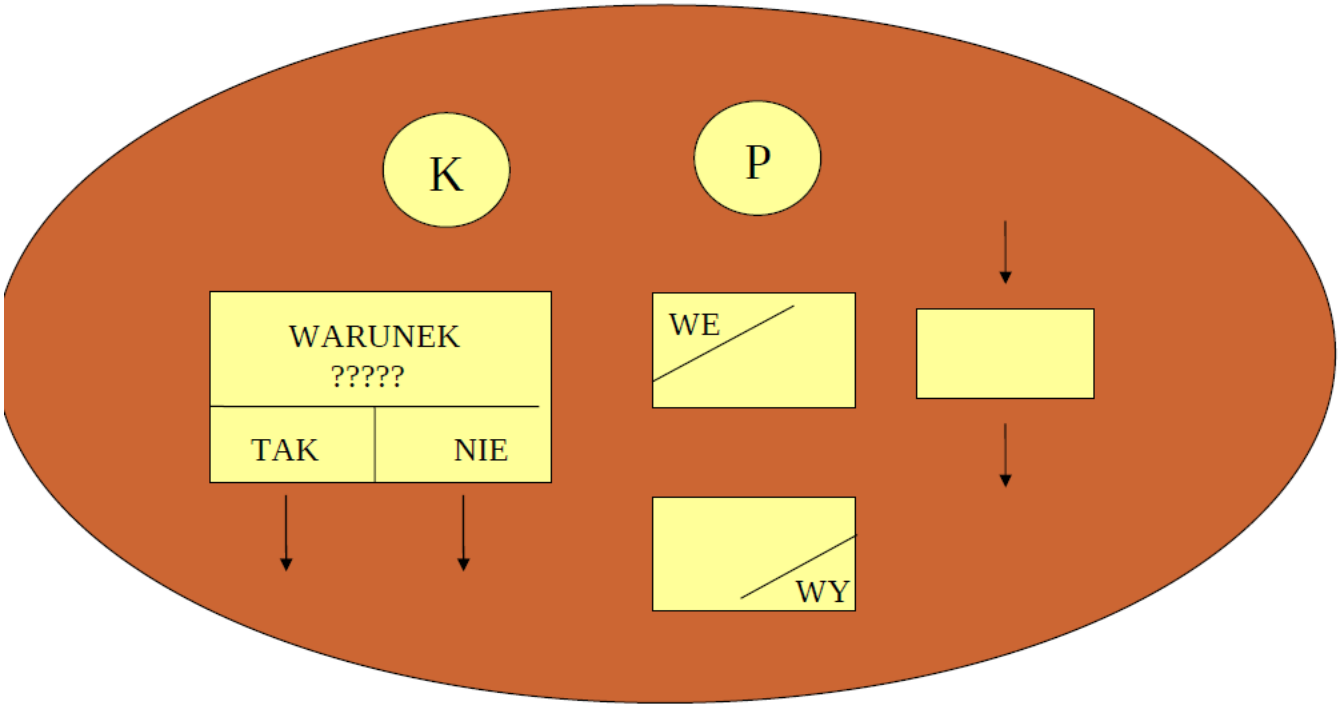
Algorytm z rozgałęzieniem:

- Większość algorytmów zawiera rozgałęzienia będące efektem sprawdzania warunków. Wyrażenia warunkowe umożliwiają wykonanie zadania dla wielu wariantów danych i rozważanie różnych przypadków.
- Powtarzanie różnych działań ma dwojaką postać:
  - liczba powtórzeń jest z góry określona (przed rozpoczęciem cyklu), alg. najczęściej związany z działaniami na macierzach,
  - liczba powtórzeń jest nieznana (zależy od spełnienia pewnego warunku), alg. najczęściej związany z obliczeniami typu iteracyjnego.

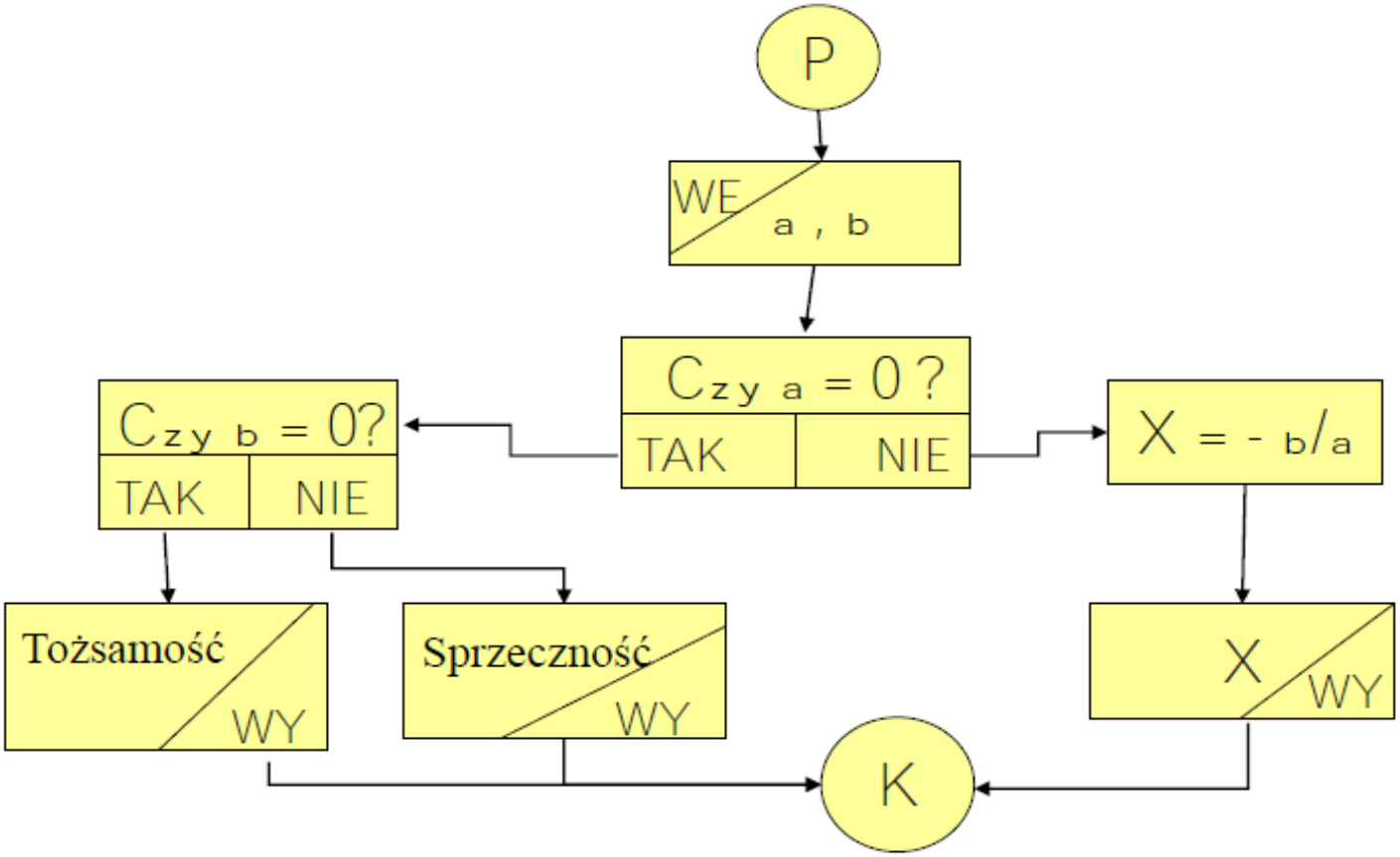
Algorytm z rozgałęzieniem - przykład

- **Sformułowanie zadania**
  Znajdź rozwiązanie równania liniowego postaci
  $a \bullet x + b = 0$.
  Wynikiem jest wartość liczbowa lub stwierdzenie dlaczego nie ma jednoznacznego rozwiązania.
- **Dane wejściowe**
  Dwie liczby rzeczywiste a i b
- **Cel obliczeń (co ma być wynikiem)**
  Obliczenie wartości x lub stwierdzenie, że równanie nie ma jednoznacznego rozwiązania.
  - gdy $a = 0$ to sprawdź czy $b = 0$, jeśli tak to równanie sprzeczne lub tożsamościowe
  - gdy $a \neq 0$ to oblicz $x = -b/a$

Schematy blokowe i algografy



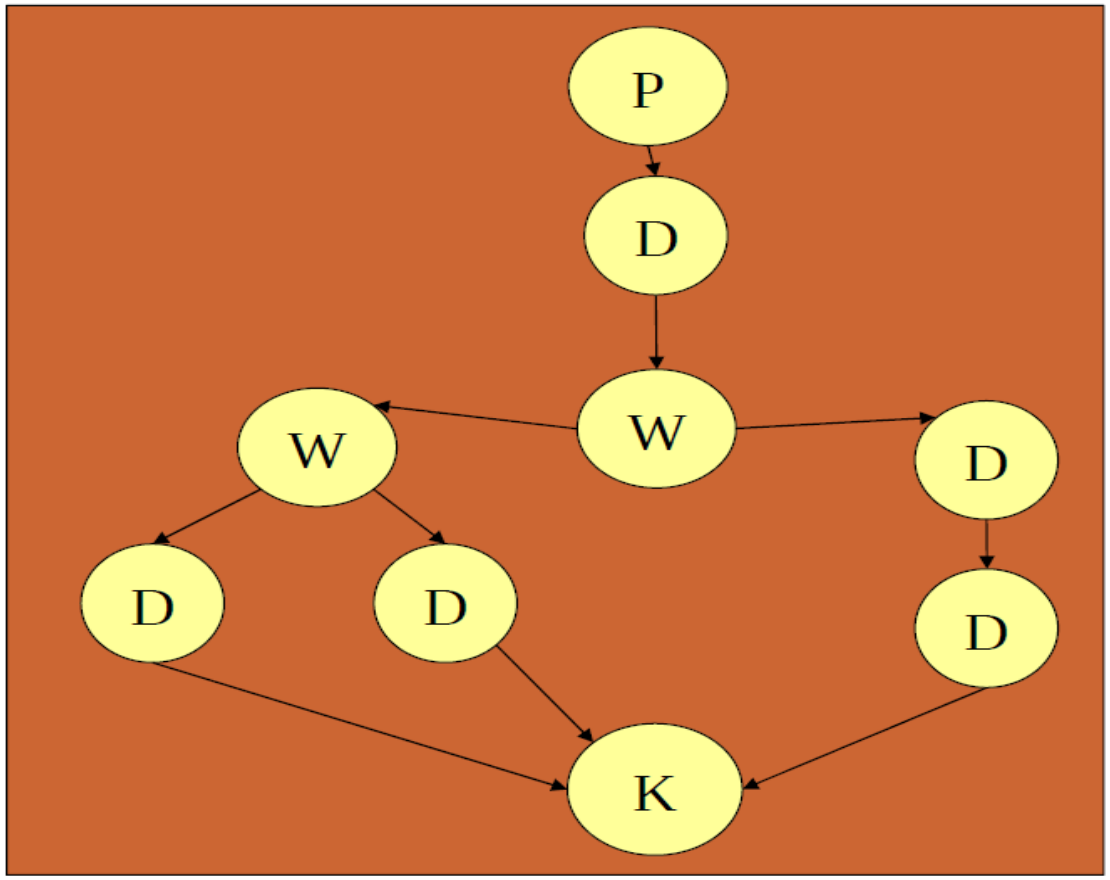
Schemat blokowy rozwiązania równania liniowego



Grafy

- **Graf** symbolizuje przepływ informacji.
- Graf składa się z **węzłów i ścieżek**.
- W przypadku algorytmów graf można wykorzystać aby w uproszczonej formie zilustrować ilość różnych dróg prowadzących do określonego w zadaniu celu.
- Graf pozwala wykryć drogi, które nie prowadzą do punktu końcowego, których to poprawny algorytm nie powinien posiadać.

Graf algorytmu rozwiązania równania liniowego



- P – początek
- K – koniec
- D – działanie
- W – warunek

Grafy

- Jeżeli w grafie znajduje się **ścieżka, która nie doprowadza do węzła końcowego**, to mamy do czynienia z niepoprawnym grafem.
- W programie przygotowanym na podstawie takiego grafu, mamy do czynienia z przerwaniem próby działania i komunikatem o zaistnieniu jakiegoś błędu w działaniu.
- Węzeł grafu może mieć dwa wejścia jeżeli ilustruje pętle. Wtedy **liczba ścieżek początek-koniec może być nieskończona**, gdyż nieznana jest liczba obiegów pętli.

Schemat blokowy czy graf ?

- **Graf** to tylko **schemat kontrolny** służący do **sprawdzenia algorytmu**.
  - Brak informacji o wykonywanych operacjach
- **Schemat blokowy** służy jako **podstawa do tworzenia programów**.

Algorytmy: „dziel i zwyciężaj”

- Metoda: „dziel i zwyciężaj” :
  - Dzielimy problem na mniejsze części **tej samej postaci** co pierwotny.
  - Teraz te pod-problemy dzielimy dalej na coraz mniejsze, używając tej samej metody, aż **rozmiar problemu** stanie się tak **mały**, że rozwiązanie będzie oczywiste lub będzie można użyć jakiejś innej efektywnej metody rozwiązania.
  - **Rozwiązania** wszystkich **pod-problemów** muszą być **połączone** w celu utworzenia rozwiązania całego problemu.
- Ten typ algorytmów zazwyczaj jest implementowany z zastosowaniem **technik rekurencyjnych**.

Algorytmy: „dziel i zwyciężaj”

- **Jak znaleźć minimum ciągu liczb?**
  - Dzielimy ciąg na dwie części, znajdujemy minimum w każdej z nich, bierzemy minimum z obu liczb jako minimum ciągu.

- **Jak sortować ciąg liczb?**
  - Dzielimy na dwie części, każdą osobno sortujemy a następnie łączymy dwa uporządkowane ciągi (scalamy).

Algorytmy oparte na programowaniu dynamicznym

- Można stosować wówczas, kiedy problem daje się podzielić na wiele pod-problemów, których rozwiązania są możliwe do zakodowania w jedno-, dwu- lub wielowymiarowej tablicy w taki sposób że w pewnej określonej kolejności można je wszystkie (a więc i cały problem) efektywnie rozwiązać.

Jak obliczać ciąg Fibonacciego?

$$F(i) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } i = 1 \\ 1 & \text{jeśli } i = 2 \\ F(i-2)+F(i-1) & \text{jeśli } i > 2 \end{cases}$$

- Aby obliczyć F(n), wartość F(k), gdzie k<n musimy wyliczyć F(n-k) razy.
- Liczba obliczeń rośnie wykładniczo.
- **Korzystnie jest więc zachować (zapamiętać w tablicy) wyniki wcześniejszych obliczeń (F(k)).**

Jak obliczać liczbę kombinacji?

- Liczba kombinacji (podzbiorów) r-elementowych ze zbioru n-elementowego oznaczana $\binom{n}{r}$, dana jest wzorem:

$$\binom{n}{r} = n!/(r!\,(n-r)!)$$

Możemy użyć wzorów:

$$\binom{n}{r} = 1, \text{ jeśli } r = 0 \text{ lub } n = r$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r} \text{ dla } 0 < r < n$$

Obliczamy rząd po rzędzie
w **trójkącie Pascala**

n \ r	0	1	2	3	4
0	1				
1	1	1			
2	1	2	1		
3	1	3	3	1	
4	1	4	6	4	1

Algorytmy z powrotami

- Często możemy zdefiniować jakiś problem jako poszukiwanie rozwiązania wśród wielu możliwych przypadków.
- Dane:
  - Pewna przestrzeń stanów, przy czym stan jest to sytuacją stanowiąca rozwiązanie problemu albo mogąca prowadzić do rozwiązania
  - Sposób przechodzenia z jednego stanu do drugiego.
  - Mogą istnieć stany które nie prowadzą do rozwiązania.

Przykładami tego typu algorytmów są gry.

Algorytmy z powrotami

- **Metoda powrotów**
  - Wymaga zapamiętania wszystkich wykonanych ruchów czy też wszystkich odwiedzonych stanów aby możliwe było cofanie się (powroty).
  - Stanów mogą być tysiące lub miliony więc bezpośrednie zastosowanie metody powrotów, mogące doprowadzić do odwiedzenia wszystkich stanów, może być zbyt kosztowne.
  - Inteligentny wybór następnego posunięcia, tzw. funkcja oceniająca, może znacznie poprawić efektywność algorytmu.
    - Np. aby uniknąć przeglądania nieistotnych fragmentów przestrzeni stanów.

Wybór algorytmu

- Regułą jest że należy implementować algorytmy najprostsze, które wykonują określone zadanie.
- Prosty algorytm to
  - łatwiejsza implementacja, czytelniejszy kod
  - łatwość testowania
  - łatwość pisania dokumentacji,….
- Jeśli program ma działać wielokrotnie, jego wydajność i wykorzystywany algorytm stają się bardzo ważne.
- Błędy zaokrągleń, powstające przy reprezentacji liczb, a także przy wykonywaniu działań na nich rozwinęły się w samodzielna dziedzinę tzw. **analiza numeryczna.**

Wybór algorytmu

- Istnieją również inne zasoby, które należy niekiedy oszczędnie wykorzystywać w pisanych programach:
  - ilość przestrzeni pamięciowej wykorzystywanej przez zmienne
  - generowane przez program obciążenie sieci komputerowej
  - ilość danych odczytywanych i zapisywanych na dysku
  - mniej obliczeń to lepsza dokładność numeryczna (zaokrąglenia)

Algorytm optymalnego dodawania liczb naturalnych

- Posortuj dane od liczby najmniejszej do największej względem modułów.
- Dopóki są co najmniej dwa elementy w zbiorze powtarzaj następujące działanie:
  - Pobierz z posortowanego zbioru dwie najmniejsze wartości. (dlaczego najmniejsze?)
  - Dodaj do siebie
  - Włóż do zbioru z powrotem wynik dodawania

Problemem nietrywialnym jest wykonywanie tego szybko → użyj stosu.

Wybór algorytmu

- **Zrozumiałość i efektywność:** to są często sprzeczne cele. Typowa jest sytuacja w której programy efektywne dla dużej ilości danych są trudniejsze do napisania/zrozumienia.
  - Np. sortowanie przez wybieranie (łatwy, nieefektywny dla dużej ilości danych) i sortowanie przez „dzielenie i scalanie” (trudniejszy, dużo efektywniejszy).
- Zrozumiałość to pojęcie względne, natomiast **efektywność** można obiektywnie zmierzyć**: testy wzorcowe, analiza złożoności obliczeń.**

Efektywność algorytmu

- **Testy wzorcowe:**
  - Podczas porównywania dwóch lub więcej programów zaprojektowanych do wykonywania tego samego zadania, opracowujemy niewielki zbiór typowych danych wejściowych które mogą posłużyć jako dane wzorcowe (ang. benchmark).
  - Powinny być one reprezentatywne i zakłada się że program dobrze działający dla danych wzorcowych będzie też dobrze działał dla wszystkich innych danych.
  - Np. test wzorcowy umożliwiający porównanie algorytmów sortujących może opierać się na jednym **małym** zbiorze danych, np. zbiór pierwszych 20 cyfr liczby ∏; jednym **średnim**, np. zbiór kodów pocztowych województwa krakowskiego; oraz na **dużym** zbiorze takim jak zbiór numerów telefonów z obszaru Krakowa i okolic.
  - Przydatne jest też sprawdzenie jak algorytm działa dla ciągu już posortowanego (często działają kiepsko).

Efektywność algorytmu

- **Czas działania:**
  - Oznaczamy przez funkcje **T(n)** liczbę jednostek czasu, które zajmuje wykonanie programu lub algorytmu w przypadku problemu o rozmiarze **n**.
  - Funkcje te nazywamy **czasem działania**. Dość często czas działania zależy od konkretnych danych wejściowych, nie tylko ich rozmiaru. W takim przypadku, funkcje **T(n)** definiuje się jako **najmniej korzystny przypadek** z punktu widzenia kosztów czasowych. Inną wyznaczaną wielkością jest też **czas średni**, czyli średni dla różnych danych wejściowych.

Uwagi końcowe

- Na wybór najlepszego algorytmu dla tworzonego programu wpływa wiele czynników, najważniejsze to:
  - prostota,
  - łatwość implementacji
  - efektywność