Kraków 18.10.2011

Zestaw zadań nr. 3

- Zadanie 1
  Zakładając że $f_1(n)$ jest $0(g_1(n))$ i $f_2(n)$ jest $O(g_2(n))$ udowodnij następujące twierdzenia:
  - a) $f_1(n) + f_2(n)$ jest $O(max(g_1(n)), g_2(n)))$
  - b) Jeśli istnieje liczba k taka, że dla $n << k$, $g_1(n) < g_2(n)$, to $O(g_1(n)) + O(g_2(n))$ jest $O(g_2(n))$
  - c) $f_1(n) \cdot f_2(n)$ jest $O(g_1(n) \cdot g_2(n))$
  - d) $O(c \cdot g(n))$ jest $O(g(n))$
  - e) c jest O(1)
- Zadanie 2
  Udowodnij że:
  - a) $\sum_{i=1}^{n} i^2$ jest $O(n^3)$ i ogólniej $\sum_{i=1}^{n} i^k = O(n^{k+1})$
  - b) $an^k/ln(n)$ jest $O(n^k)$ ale nie $\Theta(n^k)$
  - c)$n^{1,1} + nln(n)$ jest $\Theta(n^{1,1})$
  - d)2^n jest $O(n!)$, a $n!$ nie jest $O(2^n)$
- Zadanie 3
  Wyraź funkcję
  $$n^3/1000. - 100n^2 - 100n + 3 \tag{1}$$
  używając notacji Θ.
- Zadanie 4
  Przeprowadź analizę czasu działania bloków programu:
  - Pętla *while*, *do while*, *for* (nie zawierających wywołań funkcji)
  - Instrukcja *for* sekwencyjnego bloku instrukcji
  - Czas działania programu zawierającego wywołanie funkcji
  - Czas działania bloku zawierającego funkcje rekurencyjne
- Zadanie 5
  Rozważmy problem wykrywania powtarzających się elementów w ciągu n liczb $< x_1, x_2, ..., x_n >$. Pokaż, że można rozwiązać ten problem w czasie $\Theta(nlgn)$ gdzie lg$n$ oznacza $\log_2 n$.
  Wskazówka: Przyjmij że sortowanie możesz wykonać w czasie $\Theta(nlgn)$.

- Zadanie 6

  Rozważmy problem obliczania wartości wielomianów. mamy danych n współczynników $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ i liczbę rzeczywistą x, chcemy obliczyć $\sum_{j=0}^{n-1} a_i x^i$. Opisz bezpośredni algorytm rozwiązujący to w czasie $\Theta(n^2)$. Opisz algorytm działający w czasie w czasie $\Theta(n)$, w którym do obliczania wielomianów jest zastosowana następująca metoda (zwana metodą Hornera):

$$\sum_{j=0}^{n-1} a_i x^i = (...(a_{n-1}x + a_{n-2})x + ... + a_1)x + a_0 \tag{2}$$