Kraków 26.10.2010

Zestaw zadań nr. 4

- Zadanie 1
  Pokaż przez indukcje matematyczną, że dla każdej liczby naturalnej n nie mniejszej od 1 zachodzą równości:

  a) $1 - 2 + 3 - 4 + ... + (2n - 1) - 2n = -n$
  b) $1 + 3 + 6 + ... + n(n + 1)/2 = n(n + 1)(n + 2)/6$
  c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (n(n + 1)/2)^2$
  d) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + ... + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$
  e) $1/2 - 2/2^2 + 3/2^3 - 4/2^4 + ... + (-1)^{(n-1)} = 1/9(2 + (-1)^{(n-1)}(3n + 2)/2^n)$

- Zadanie 2
  Pokaż przez indukcje matematyczną, że $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n + 1)$

- Zadanie 3
  Wykaż, że zachodzi
  $$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$
  używając interpretacji kombinatorycznej i rekurencji.

- Zadanie 4
  Zdefiniuj rekurencyjnie:
  - n!
  - n-tą liczbę Fibonaciego.

- Zadanie 5
  Podaj algorytm znajdujący maksymą liczbę z n-elementowej tablicy przy pomocy
  - iteracji
  - rekurencji

- Zadanie 6
  Podaj iteracyjny algorytm na sprawdzanie czy liczba n jest liczbą pierwszą, o złożoności $O(n)$ oraz o złożoności $O(\sqrt{(n)})$.

- Zadanie 7
  Pokaż przez indukcję że n-kąt wypukły ma $\frac{n(n-3)}{2}$ przekątnych.