

Teoretyczne podstawy informatyki



Wykład 8: Relacyjny model danych

<http://hibiscus.if.uj.edu.pl/~erichter/Dydaktyka2010/TPI-2010>

Relacyjny model danych

- ❑ Jednym z najważniejszych zastosowań komputerów jest przechowywanie i przetwarzanie informacji.
- ❑ Relacyjny model danych opiera się na idei organizowania danych w zbiory dwuwymiarowych tabel nazywanych „relacjami”.
- ❑ Jest to uogólnienie modelu danych opartego na zbiorach, rozszerzającego relacje binarne do relacji o dowolnej krotności.
- ❑ Relacyjny model danych został pierwotnie opracowany z myślą o bazach danych oraz o systemach zarządzania bazami danych.
- ❑ Obecne zastosowania wykraczają poza ten pierwotny zakres.

Relacje

- ❑ Chociaż założyliśmy, że w ogólności elementy należące do zbiorów są niepodzielne, w praktyce często korzystnym rozwiązaniem jest przypisanie elementom pewnych struktur.
- ❑ Ważną strukturą dla elementów jest **lista o stałej długości** zwana **krotką**. Każdy element takiej listy nazywamy składową **krotki**.
- ❑ Zbiór elementów, z których każdy jest krotką o takiej samej liczności - powiedzmy **k**- nazywamy **relacją**. Licznością takiej relacji jest **k**. Jeśli **liczność wynosi 2** mówimy o **krotce lub relacji binarnej**.

Iloczyn kartezjański $A \times B$

- ❑ Jest to zbiór par, z których pierwszy element pochodzi ze zbioru **A**, drugi ze zbioru **B**, czyli

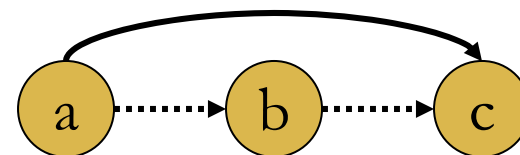
$$A \times B = \{(a,b) : a \in A \text{ oraz } b \in B\}$$

- ❑ Iloczyn kartezjański nie ma własności przemienności, $A \times B \neq B \times A$ (dla $A \neq B$)
- ❑ **K**-elementowy iloczyn kartezjański $A_1 \times A_2 \times A_3 \dots \times A_k$ to zbiór **k-tupli** (a_1, a_2, \dots, a_n)

Specyficzne własności relacji binarnych

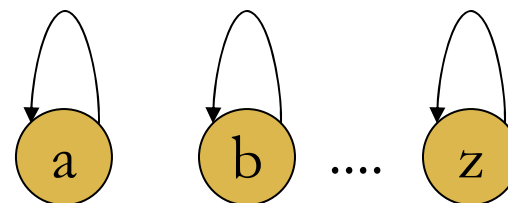
□ Przechodniość

- Niech R będzie relacją binarną na dziedzinie D .
- Mówimy, że **relacja jest przechodnia** jeśli zawsze gdy prawdziwe jest zarówno aRb i bRc , prawdziwe jest także aRc .
Np. relacja $>$



□ Zwrotność

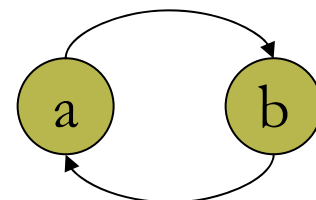
- Niech R będzie relacją binarną na dziedzinie D .
- Mówimy, że **relacja jest zwrotną** jeśli dla każdego elementu a należącego do dziedziny, relacja zawiera parę aRa . Dla tych samych elementów dziedziny mogą też istnieć inne pary aRb .
Np. relacja \geq



Specyficzne własności relacji binarnych

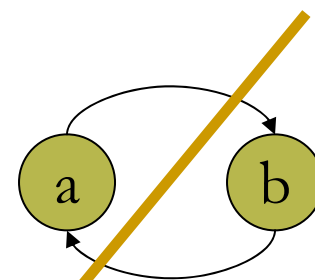
□ Symetria

- Niech R będzie relacją binarną na dziedzinie D .
- Mówimy, że **relacja jest symetryczna** jeśli jest odwrotnością samej siebie tzn. zarówno aRb i bRa ,
- Np. relacja \neq

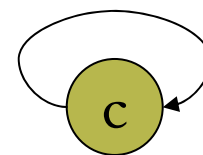


□ Antysymetria

- Niech R będzie relacją binarną na dziedzinie D .
- Mówimy, że **relacja jest antysymetryczna** jeśli aRb i bRa są jednocześnie prawdziwe **tylko** gdy $a=b$.
- Nie jest konieczne, by prawdziwe było aRa dla każdej wartości a należącej do dziedziny relacji antysymetrycznej.
- Np. relacja $\geq, >$



nigdy



opcjonalnie

Specyficzne własności relacji binarnych

□ Relacja porządku częściowego i całkowitego

- Relacja porządku częściowego jest to relacja binarna spełniająca własność **przechodności i antysymetrii**.
- Mówimy że jest to **relacja porządku całkowitego** jeśli poza przechodnością i antysymetrią spełnia także warunek, że wszystkie pary elementów należących do jej dziedziny są porównywalne.
- Oznacza to, że jeśli **R** jest relacją porządku całkowitego oraz jeśli **a** i **b** są dowolnymi elementami tej dziedziny, to albo **aRb**, albo **bRa** jest prawdziwe (mówimy wtedy że relacja jest **spójna**).
- Należy zauważyć że każdy porządek całkowity jest **zwrotny**, ponieważ możemy przyjąć **a** i **b** będące tym samym elementem – wymaganie porównywalności oznacza że **aRa**.

□ Relacja równoważności

- Relacja równoważności to relacją binarną, która jest **zwrotna, symetryczna i przechodnia**.
- Dzieli ona swoją dziedzinę na **klasy równoważności**.

Relacyjny model danych

- Relacyjny model danych wykorzystuje pojęcie relacji (ang. **relation**) które jest bardzo mocno związane z przedstawioną wcześniej definicją z teorii zbiorów, jednak różni się w kilku szczegółach:

- W relacyjnym modelu danych informacja jest przechowywana w tabelach.
- Kolumny tabeli mają nadane konkretne nazwy i są atrybutami relacji.
- Każdy wiersz w tabeli jest nazywany krotką i reprezentuje jeden podstawowy fakt.
- Pojęcie relacji odwołuje się do każdej krotki.

Atrybuty relacji: Zajęcia, StudentID, Ocena

Krotki to:

(CS101, 12345, 5.0)

(CS101, 67890, 4.0)

...

zajęcia	student ID	ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
EE200	12345	3.0
EE200	22222	4.5
CS101	33333	2.0
PH100	67890	3.5

Relacyjny model danych

- Tabele możemy rozpatrywać w dwóch aspektach:
 - jako zbiór nazw kolumn
 - jako zbiór wierszy zawierających informacje.
- Pojęcie „relacji” odwołuje się do zbioru wierszy.
- Każdy wiersz reprezentuje jedną „krotkę” należącą do relacji, ich uporządkowanie nie ma znaczenia.
- Żadne dwa wiersze nie mogą mieć tych samych wartości we wszystkich kolumnach.
- Zbiór nazw kolumn (atrybutów) nazywamy schematem (ang. scheme) relacji.
- Kolejność atrybutów w schemacie relacji nie ma znaczenia, musimy jednak znać powiązania pomiędzy atrybutami i kolumnami w tabeli.

zajęcia	student ID	ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
EE200	12345	3.0
EE200	22222	4.5
CS101	33333	2.0
PH100	67890	3.5

Reprezentowanie relacji

- Podobnie jak w przypadku zbiorów istnieje wiele różnych sposobów reprezentowania relacji za pomocą struktur danych.
- **Tabela** postrzegana jako zbiór wierszy **powinna być zbiorem struktur** zawierających pola odpowiadające nazwom kolumn.

```
struct ZSO {  
    char Zajecia[5];  
    int StudentID;  
    char Ocena[3]; }
```

- Sama **tabela** może być reprezentowana za pomocą:
 - **tablicy struktur tego typu**
 - **listy jednokierunkowej złożonej z takich struktur.**
- Możemy identyfikować jeden lub więcej atrybutów jako „dziedzinę” relacji i traktować pozostałe atrybuty jako przeciwdziedzinę.

zajęcia	student ID	ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
EE200	12345	3.0
EE200	22222	4.5
CS101	33333	2.0
PH100	67890	3.5

Reprezentowanie relacji

- Zbiór relacji nazywamy **bazą danych**.
- Jedną z decyzji którą należy podjąć przy projektowaniu bazy danych to sposób w jaki przechowywane informacje powinny być rozłożone pomiędzy tabele.
- Najskuteczniejsze operacje na bazie danych polegają na wykorzystaniu wielu relacji do reprezentowania powiązanych ze sobą i wzajemnie skoordynowanych typów danych.
- Wykorzystując właściwe struktury danych możemy efektywnie przechodzić z jednej relacji do drugiej i pozyskiwać w ten sposób informacje z bazy danych której nie moglibyśmy otrzymać z pojedynczej relacji.
- **Zbiór schematów** dla różnych relacji w jednej bazie danych nazywamy schematem bazy danych.
 - **schemat bazy danych** - określa sposób organizowania informacji,
 - **zbiór krotek w każdej relacji** - stanowi właściwe informacje które są przechowywane.

Schemat bazy danych

Zajęcia	Dzień	Godzina
CS101	Pn	9.00
CS101	S	9.00
EE200	Pt	8.30
EE200	W	13.00
CS101	Pt	9.00
PH100	C	8.15

Zajęcia	Wymagania
CS101	CS100
EE200	EE005
EE200	CS100
CS120	CS101
CS121	CS120
CS205	CS101
CS206	CS121
CS206	CS205

Zajęcia	Student ID	Ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
EE200	12345	3.0
EE200	22222	4.5
CS101	33333	2.0
PH100	67890	3.5

Zajęcia	Klasa
CS101	Aula
EE200	Hala
PH100	Laborat

Zapytania na bazie danych

- **Operacja insert(t, R)**
 - **Dodajemy krotkę t do relacji R** , jeśli relacja R nie zawiera jeszcze takiej krotki.
 - Operacja działa w podobny sposób jak operacja insert dla słowników i relacji binarnych.
- **Operacja delete(X, R)**
 - W tym przypadku X jest specyfikacją kilku krotek.
 - Składa się z elementów, po jednym dla każdego z atrybutów relacji R ; każdy element (składowa) może być
 - wartością
 - symbolem $*$, co oznacza że dozwolona jest dowolna wartość.
 - Efektem wykonania tej operacji jest usunięcie wszystkich krotek zgodnych ze specyfikacją X .
Np. delete((„CS101”,*,*),Zajęcia-StudentID-Ocena)
- **Operacja lookup(X, R)**
 - Wynikiem tej operacji jest zbiór krotek z relacji R , które są zgodne ze specyfikacją X .

Klucze

- Wiele relacji w bazie danych możemy traktować jak funkcję odwzorowującą jeden zbiór atrybutów na pozostałe atrybuty.
 - Przykładowo, relacje **Zajęcia – StudentID – Ocena** możemy traktować jak **funkcję**, której dziedziną jest zbiór par **Zajęcia-StudentID**, a przeciwdziedzina wartość atrybutu **Ocena**.
- Ponieważ funkcje są prostszymi strukturami danych niż relacje, pomocna może być znajomość zbioru atrybutów, które mogą tworzyć dziedzinę funkcji. Taki zbiór atrybutów nazywamy **kluczem**.
- **Klucz relacji**
 - Jest to zbiór złożony z jednego lub większej liczby takich atrybutów, że relacja nigdy nie będzie zawierała dwóch krotek, których wartości będą takie same we wszystkich kolumnach należących do klucza.

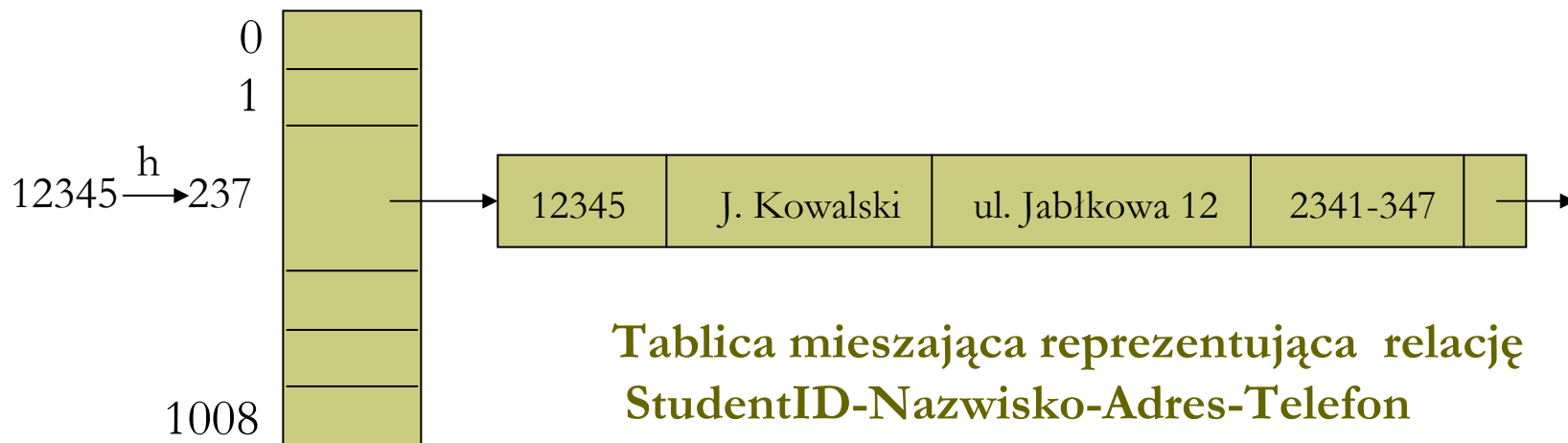
Główne struktury przechowywania danych w relacjach

1. Drzewo przeszukiwania binarnego z relacją „mniejszy od” na wartościach dziedziny, która wyznacza pozycje krotek w drzewie. Struktura może znacznie ułatwić wykonywanie operacji, w których daną jest wartość z dziedziny.
 2. Tablica wykorzystywana jako wektor własny z wartościami z dziedziny pełniącymi funkcję indeksu tablicy.
 3. Tablica mieszająca, w której mieszamy wartości z dziedziny w celu wyznaczenia właściwej komórki.
- Wybraną strukturę nazywamy **strukturą indeksu głównego** (ang. **primary index structure**) relacji.
- **Główny** bo lokalizacja komórek jest wyznaczana przez tę strukturę.
 - **Index** jest strukturą danych ułatwiającą znajdowanie komórek dla danej wartości jednej lub kilku składowych szukanej komórki.

Struktura indeksu głównego

- Kluczem jest atrybut StudentID, będzie on dziedziną.
- Musimy wybrać funkcję mieszającą, np. $h(x) = x \% 1009$.
- Tablica złożona z 1009 nagłówek zwiera listę jednokierunkową struktur.

```
typedef struct TUPLE * TUPLELIST;
struct TUPLE {
    int StudentID;
    char Nazwisko[30];
    char Adres[60];
    char Telefon[8];
    TUPLELIST next;
};
typedef TUPLELIST HASHTABLE[1009];
```

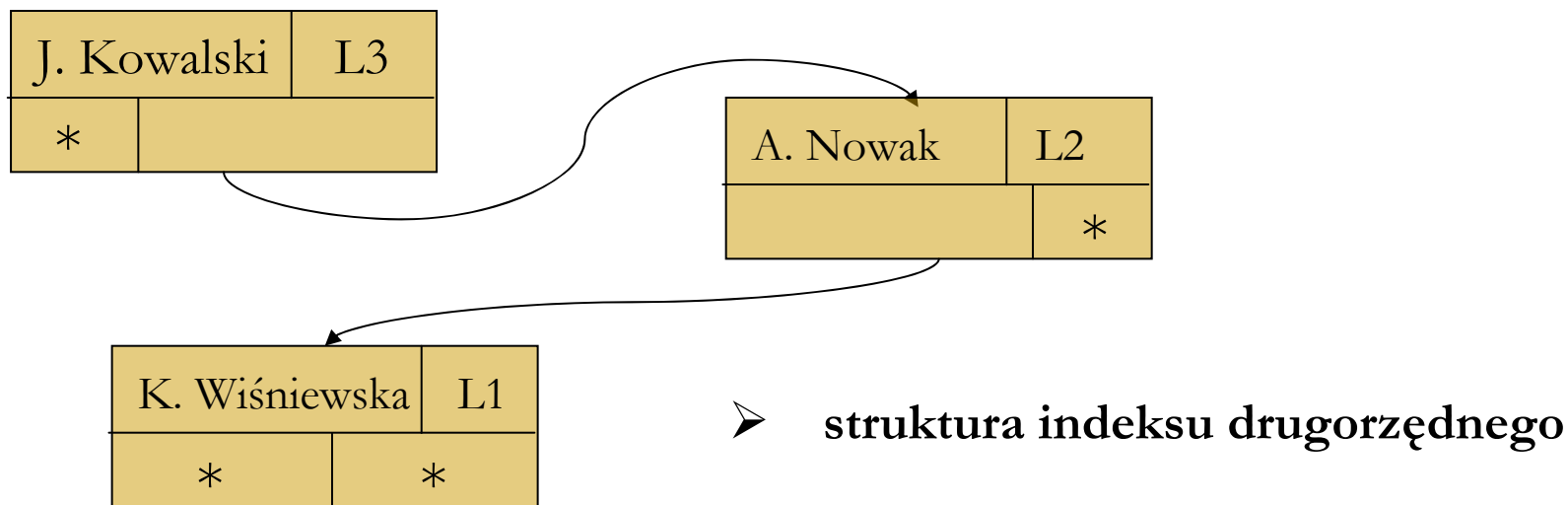
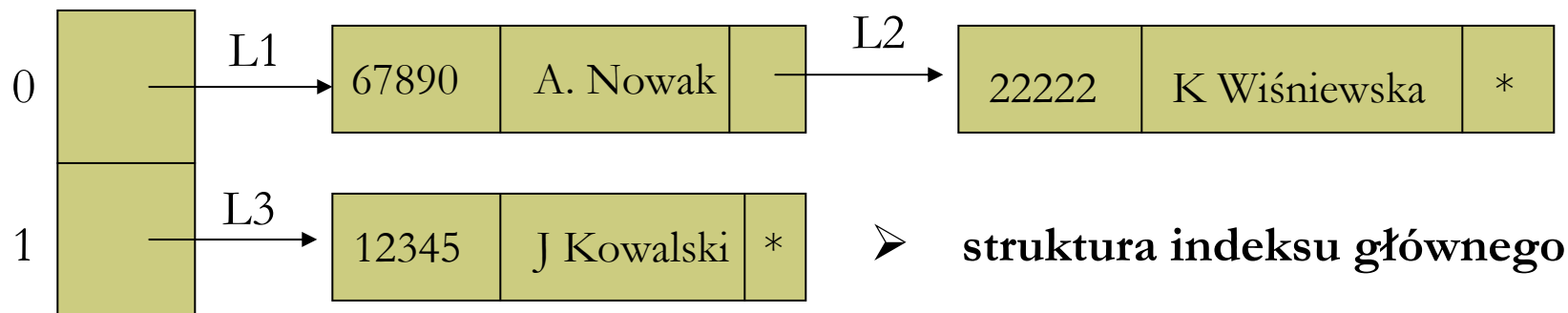


Tablica mieszająca reprezentująca relację StudentID-Nazwisko-Adres-Telefon

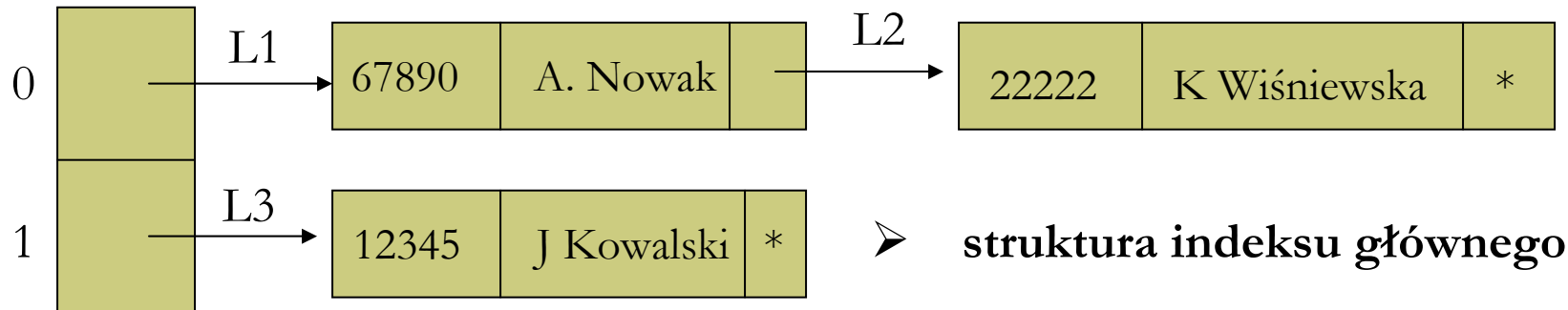
Struktura indeksu drugorzędnego

- Nie służy do pozycjonowania krotek wewnątrz całej struktury tylko do szybkiego znajdowania lokalizacji krotki której jedno z pól ma wartość zgodną z poszukiwaną.
- **Indeksem drugorzędnym jest relacja binarna.**
 - Indeks drugorzędny na atrybucie **A** relacji **R** jest zbiorem par **(n, p)**, gdzie:
 - **n** jest wartością atrybutu **A**
 - **p** jest wskaźnikiem do jednej z krotek ze struktury indeksu głównego dla relacji **R**, w której składowa **A** ma wartość **n**.

Struktura indeksu głównego i drugorzędnego



Struktura indeksu głównego



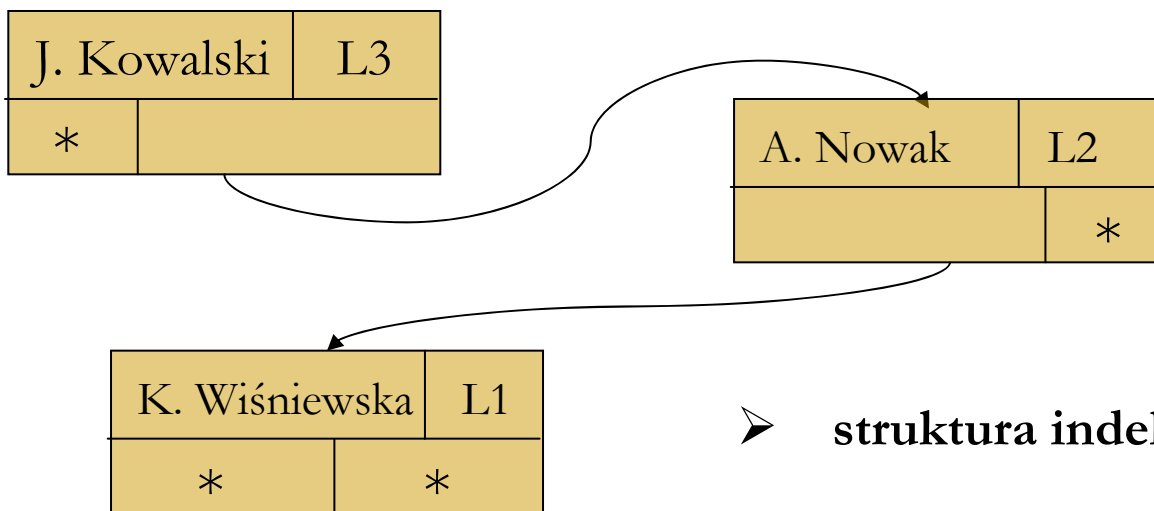
```
typedef struct KROTKA * KROTKALIST;
struct KROTKA {
    int StudentID;
    char Nazwisko[30];
    char Adres[60];
    char Telefon[8];
    KROTKALIST next;
};
typedef KROTKALIST HASHTABLE[2];
```

- ❑ **Tablica mieszająca o atrybucie StudentID**, pełniąca funkcję **indeksu głównego**.
- ❑ Krotki z informacją dotyczącą studenta przechowywane w formie struktur **KROTKA** w liście jednokierunkowej zajmującej pojedynczą komórkę tablicy mieszającej.

Struktura indeksu drugorzędnego

- ❑ **NODE** jest węzłem drzewa binarnego z dwoma polami, **Nazwisko** i **toKrotka**, czyli wartość elementu nazwisko i wskaźnik do krotki gdzie jest przechowywana inna informacja dotycząca tego studenta.
- ❑ Pozostałe dwa pola to **wskaźniki do lewego i prawego dziecka węzła**.

```
typedef struct NODE * TREE;
struct NODE {
    char Nazwisko[30];
    KROTKALIST toKrotka;
    TREE leftChild;
    TREE rightChild;
};
```



➤ **struktura indeksu drugorzędnego**

Analizowanie struktury indeksu drugorzędnego

- Jeżeli dla danej relacji istnieje jeden lub więcej indeksów drugorzędnych, operacje wstawiania i usuwania krotek stają się nieco trudniejsze.
 - **Wstawianie:**

Jeśli wstawiamy nową krotkę z wartością **n** atrybutu **A**, musimy utworzyć parę **(n, p)**, gdzie **p** wskazuje na nowy element w strukturze indeksu głównego.
Następnie, musimy wstawić tę samą parę **(n, p)** do struktury indeksu drugorzędnego.
 - **Usuwanie:**

Kiedy usuwamy krotkę z wartością **n** atrybutu **A**, musimy najpierw zachować wskaźnik –nazwijmy go **p** – do usuwanej krotki.
Następnie przechodzimy do struktury indeksu drugorzędnego i sprawdzamy wszystkie pary z pierwszą składową zawierającą wartość **n**, aż znajdziemy tę, której druga składowa ma wartość **p**.
Znaleziona w ten sposób para jest teraz usuwana ze struktury indeksu drugorzędnego.

Poruszanie się wśród wielu relacji

- Do tej pory rozważaliśmy wyłącznie operacje na pojedynczych relacjach, takie jak znajdowanie krotki dla danych wartości jednej lub kilku jej składowych.
- Możliwości modelu relacyjnego można jednak w pełni docenić w momencie, gdy rozważamy operacje wymagające „poruszania się”, lub „przechodzenia” z jednej relacji do drugiej.

- Aby znaleźć odpowiedź na pytanie:

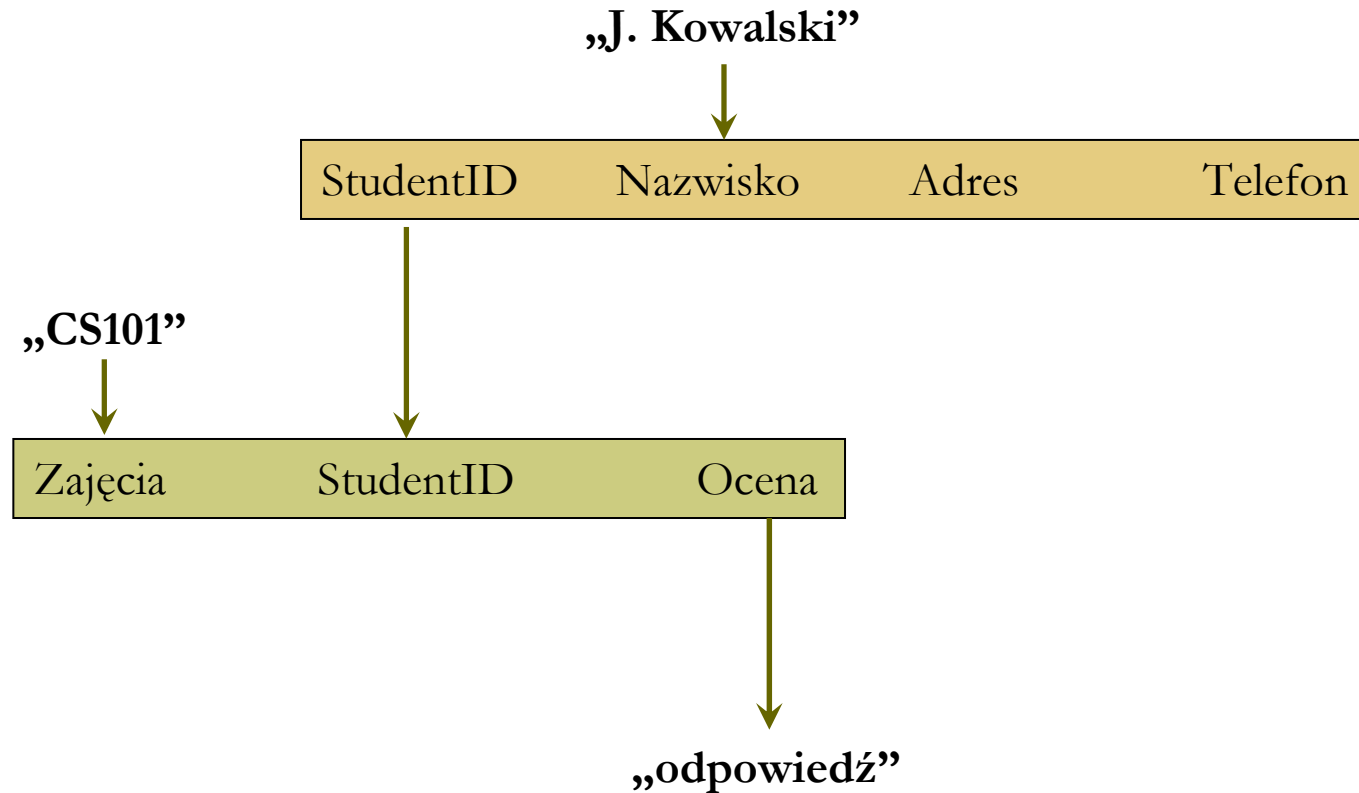
„Jaką ocenę uzyskał J. Kowalski z przedmiotu CS101?”

musimy:

1. odwołać się do relacji StudentID-Nazwisko-Adres-Telefon i przelożyć dane nazwisko „J. Kowalski” na odpowiedni numer indeksu (możliwość istnienia duplikatu nazwiska ale nie numeru indeksu),
2. odwołać się do relacji Zajęcia-StudentID-Ocena i wyznaczyć krotkę mającą w polu Zajęcia wartość „CS101” a w polu numer indeksu wyznaczoną poprzednio wartość,
3. odczytać wartość umieszczoną w polu Ocena.

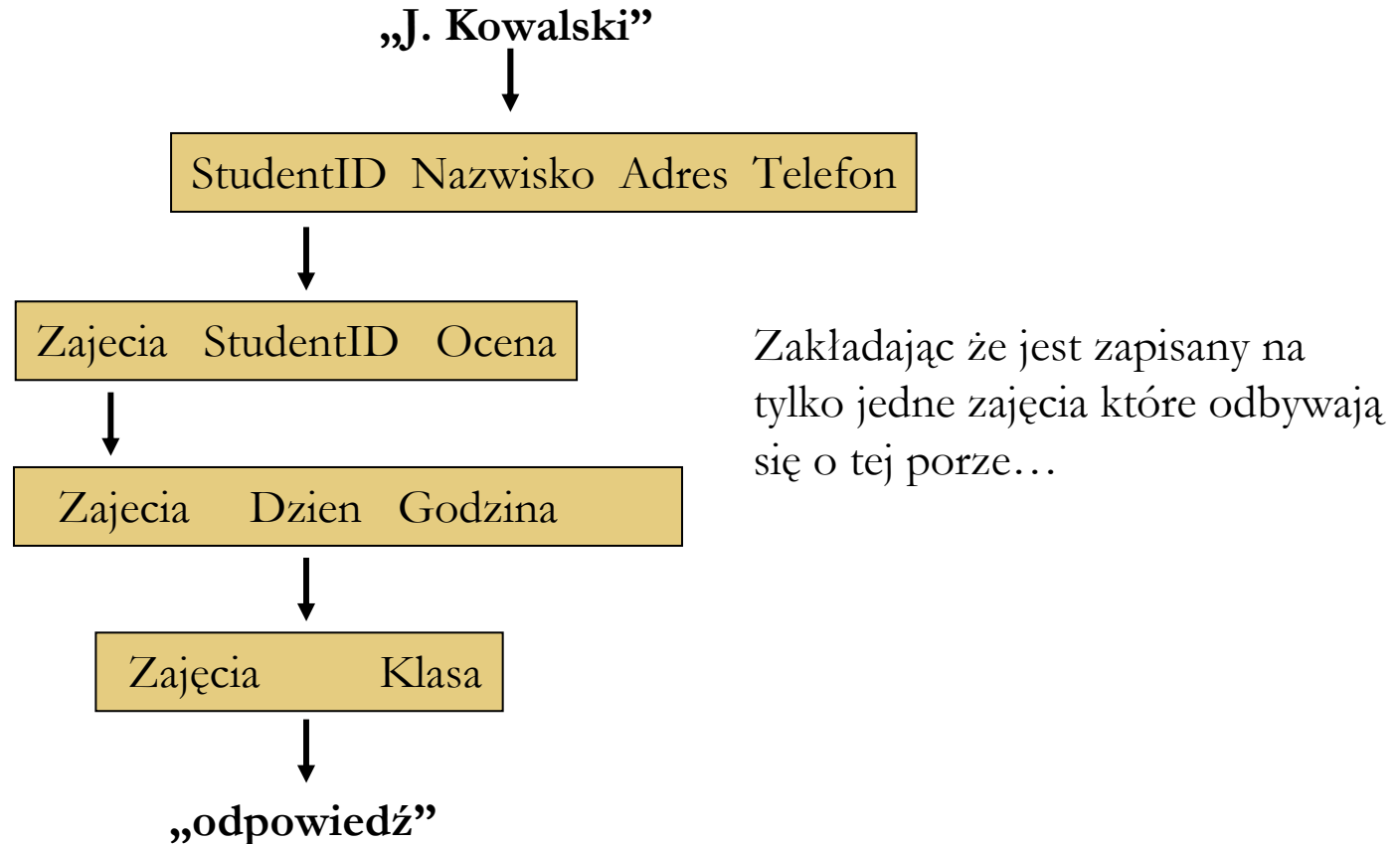
Diagram wykonania zapytania:

„Jaka ocenę uzyskał J. Kowalski z przedmiotu CS101?”



- Czas realizacji zapytania będzie dużo krótszy jeżeli wykorzystamy indeksowanie drugorzędne → patrz ćwiczenia.

Diagram wykonania zapytania: „Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano? ”



- **Indeksowanie drugorzędowe bardzo przyspiesza czas wykonania.**

Projektowanie

- **Projektowanie I : wybór schematu baz danych**
 - rozdzielamy informacje budując kilka relacji (krotek) zamiast umieszczać je w jednej dużej krotce,
 - nie należy rozdzielać atrybutów reprezentujących powiązane ze sobą informacje.
- **Projektowanie II : wybór klucza**
 - jeden z ważniejszy aspektów projektowania bazy danych,
 - nie istnieje „jedyna” właściwa metoda wybierania klucza.
- **Projektowanie III: wybór indeksu głównego**
 - ma zdecydowany wpływ na szybkość z jaka możemy wykonywać „typowe” zadanie.
- **Projektowanie IV: kiedy tworzyć indeks drugorzędny?**
 - utworzenie ułatwia wykonywanie operacji wyszukiwania krotki dla danej wartości jednej lub więcej składowych,
 - każdy indeks drugorzędny wymaga dodatkowego czasu wstawiania i usuwania informacji z relacji.

Podsumowanie

- Istnieje wiele istotnych własności **relacji binarnych**.
Do najważniejszych należą: **zwrotność, przechodniość, symetria i antysymetria**.
Relacja porządku częściowego, porządku całkowitego oraz relacja równoważności to specyficzne rodzaje relacji binarnych;
- Dwuwymiarowe tabele zwane relacjami, są uniwersalnym sposobem przechowywania informacji.
Wiersze relacji nazywamy **krotkami**, zaś kolumny noszą nazwę **atrybutów**.
- „**Indeks główny**” reprezentuje krotki relacji w formie struktury danych i rozdziela je w taki sposób, by ułatwić (przyśpieszyć) operacje wykorzystujące dane wartości należące do „dziedziny” indeksu;

Podsumowanie

- „**Kluczem**” relacji jest zbiór atrybutów, które jednoznacznie określają wartości wszystkich pozostałych atrybutów tej samej relacji.
Klucz jest często wykorzystywany jako dziedzina indeksu głównego;
- „**Indeksy drugorzędowe**” są strukturami danych ułatwiającymi operacje, w których dane są wartości konkretnych atrybutów nie będących zazwyczaj częścią indeksu głównego.
Ułatwiają szybkie odczytanie lub zmodyfikowanie informacji zawartych w tabeli.

Algebra relacyjna

- Algebra relacyjna (*ang. relational algebra*) to specjalny język opracowany w celu ułatwienia i sformalizowania zapytań realizowanych w bazach danych.
- Umożliwia przekształcanie wyrażeń realizujących zapytania za pomocą odpowiednich praw algebraicznych.

Implementowanie relacji binarnych

□ Operacje na relacjach binarnych:

■ wstawianie:

wstawiamy parę (a,b) i nie musimy sprawdzać, czy w relacji R istnieje już para (a,c) dla pewnej wartości $b \neq c$,

■ usuwanie:

podobnie jak dla zbioru,

■ wyszukiwanie:

pobiera należący do dziedziny element a i zwraca wszystkie należące do przeciwdziedziny elementy b , takie że (a,b) znajduje się w relacji binarnej.

- Powyższa interpretacja operacji wyszukiwania daje nowy abstrakcyjny typ danych różniący się nieco od słownika. Implementacje są oparte o strukturę listy jednokierunkowej, wektora lub tablicy mieszającej.

Operacje słownikowe na funkcjach i relacjach

- ❑ Zbiór par może być traktowany jako zbiór, jako funkcja lub jako relacja.
- ❑ Dla każdego z tych przypadków zdefiniowaliśmy właściwe operacje wstawiania, usuwania i wyszukiwania elementów.
- ❑ Operacje te różnią się w swojej formie.

	zbiór par	funkcja	relacja
wstawianie	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina
usuwanie	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina
wyszukiwanie	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina

Podsumowanie

- Relacje (binarne) są zbiorami par. Funkcja jest relacją, w której istnieje co najwyżej jedna krotka dla danej wartości pierwszej składowej
- Bijekcja pomiędzy dwoma zbiorami jest funkcją, która z każdą wartością pierwszej składowej łączy unikatowy element drugiej składowej i odwrotnie.
- Istnieje wiele istotnych własności relacji binarnych – do najważniejszych należą zwrotność, przeciwzwrotność, symetria, asymetria, antysymetria, spójność oraz przechodniość.
- Specyficzne rodzaje relacji binarnych to:
 - relacja porządku częściowego,
 - relacja porządku całkowitego,
 - relacja równoważności.

Operandy algebry relacyjnej

- W algebrze relacyjnej operandami są relacje.
- Operandy mogą być albo stałymi (konkretnymi relacjami) albo zmiennymi reprezentującymi nieznaną relację.
- Każdy operand jest zgodny ze specyficznym schematem – jest listą atrybutów będących nazwami kolumn relacji.
- Przykład:
 - Schematem relacji jest $\{A, B, C\}$, zaś należące do niej krotki to $(0,1,2)$, $(0,3,4)$ oraz $(5,2,3)$.

A	B	C
0	1	2
0	3	4
5	2	3

Operatory dla zbiorów w algebrze relacyjnej

□ Suma, przecięcie oraz różnica zbiorów

- Dodatkowe założenie w stosunku do tego co już znamy z operacji na zbiorach to to, że schematy operandów muszą być takie same.

relacja R

A	B
0	1
2	3

relacja S

A	B
0	1
4	5

$R \cup S$

A	B
0	1
2	3
4	5

$R \cap S$

A	B
0	1

$R \setminus S$

A	B
2	3

- Relacje są zbiorami nie mogą więc zawierać dwóch lub więcej kopii tej samej krotki.

Operator selekcji (*ang. selection operator*)

- ❑ Operuje na pojedynczej relacji będącej jego operandem, ale zawiera także dodatkowe wyrażenia warunkowe stanowiące jego parametry.
- ❑ Operator selekcji zapisujemy w postaci:

$$\sigma_C(\mathbf{R})$$

\mathbf{R} – relacja

\mathbf{C} – warunek

- ❑ Warunek \mathbf{C} może zawierać stałe, jak i operandy będące atrybutami ze schematu relacji \mathbf{R} .
- ❑ Operatorami wykorzystywanymi w warunku \mathbf{C} są typowe wyrażenia warunkowe z języka programowania \mathbf{C} , czyli wyrażenia złożone z porównań arytmetycznych oraz logicznych łączników.
- ❑ Wynikiem operacji jest relacja której schemat jest identyczny ze schematem relacji \mathbf{R} .
- ❑ W relacji tej umieszczamy wszystkie krotki \mathbf{t} z relacji \mathbf{R} , dla których warunek \mathbf{C} jest prawdziwy po podstawieniu za każdy atrybut \mathbf{A} właściwej dla niej składowej krotki \mathbf{t} .

Przykład: Relacja ZSO Zajęcia-StudentID-Ocena

Zajęcia	Student ID	Ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
EE200	12345	3.0
EE200	22222	4.5
CS101	33333	2.0
PH100	67890	3.5

Operator selekcji

$\sigma_{\text{Zajęcia} = \text{„CS101”}}$ (ZSO)

Zajęcia	Student ID	Ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
CS101	33333	2.0

Operator rzutowania (*ang. projection operator*)

- ❑ Operuje na pojedynczej relacji będącej jego operandem, ale zawiera także dodatkowe wyrażenia warunkowe stanowiące jego dodatkowe parametry.
- ❑ Operator rzutowania zapisujemy w postaci:

$$\pi_{B_1, B_2, \dots, B_n}(R)$$

R – relacja

B_1, B_2, \dots, B_n - atrybuty

- ❑ Jeśli R jest relacją ze zbiorem atrybutów $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ oraz (B_1, B_2, \dots, B_n) jest listą pewnych atrybutów A , to $\pi_{B_1, B_2, \dots, B_n}(R)$, czyli **rzutowanie relacji R na atrybuty B_1, B_2, \dots, B_n** jest zbiorem krotek utworzonych przez wybranie z każdej krotki t tylko atrybutów B_1, B_2, \dots, B_n .
- ❑ Jedna lub więcej krotek może posiadać te same wartości atrybutów B_1, B_2, \dots, B_n .
- ❑ Jako wynik operacji rzutowania pojawia się tylko jedna taka krotka.

Przykład: Relacja ZSO Zajęcia-StudentID-Ocena

zajęcia	student ID	ocena
CS101	12345	5.0
CS101	67890	4.0
EE200	12345	3.0
EE200	22222	4.5
CS101	33333	2.0
PH100	67890	3.5

Operator rzutowania

$\pi_{\text{StudentID}} (\sigma_{\text{Zajęcia} = \text{„CS101”}} (\text{ZSO}))$

Student ID
12345
67890
33333

Operator łączenia (*ang. join operator*)

- Umożliwia nam przechodzenie z jednej relacji do drugiej.
- Operator łączenia zapisujemy w postaci **&&**
- Przypuśćmy, że mamy dwie relacje **R** i **S**, których zbiory atrybutów (schematy) mają odpowiednio postać $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ oraz $\{B_1, B_2, \dots, B_m\}$
- Z obu zbiorów wybieramy po jednym atrybucie – powiedzmy **A_i** i **B_j** – i te atrybuty są parametrami naszej operacji złączenia, której argumentami są relacje **R** i **S**.
- Złączenie relacji R i S zapisujemy:

$$\begin{array}{ccc} & \&\& & \\ \mathbf{R} & & \mathbf{S} \\ & \mathbf{A}_i = \mathbf{B}_j & \end{array}$$

i jest utworzone w wyniku porównania każdej krotki **r** z relacji **R** z każdą krotką **s** z relacji **S**.

- Jeśli składowa **r** odpowiadająca atrybutowi **A_i** jest równa składowej **s** odpowiadającej atrybutowi **B_j** to tworzymy jedną krotkę.
- Schemat złączonej relacji jest $\{A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_{j-1}, B_{j+1}, \dots, B_m\}$
- A więc atrybut **B_j** się nie pojawia.
- Jeżeli atrybuty **A_i** i **B_j** mają tę samą nazwę to mówimy o złączeniu naturalnym.

Przykład

ZDG

Zajęcia	Dzień	Godzina
CS101	Pn	9.15
CS101	S	9.15
EE200	Pt	8.30
EE200	W	13.00
CS101	Pt	9.15

ZK

Zajęcia	Klasa
CS101	Aula
EE200	Hala
PH100	Laborat

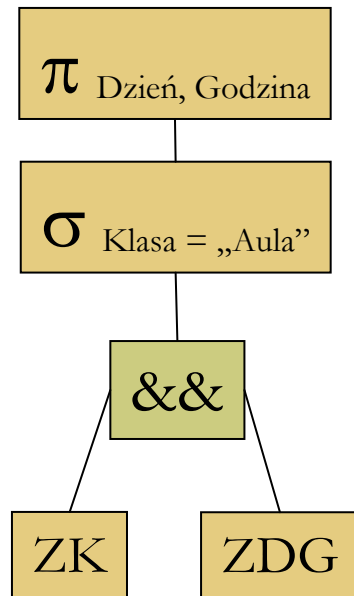
Operacja łączenia
&&
ZK Zajęcia = Zajęcia ZDG

Zajęcia	Klasa	Dzień	Godzina
CS101	Aula	Pn	9.15
CS101	Aula	S	9.15
EE200	Hala	Pt	8.30
EE200	Hala	W	13.00
CS101	Aula	Pt	9.15

Drzewa wyrażeń dla algebry relacyjnej

Drzewo wyrażenia algebry relacyjnej:

$\pi_{\text{Dzień, Godzina}} (\sigma_{\text{Klasa} = \text{„Aula”}} (\text{ZK} \ \&\& \ \text{ZDG}))$



Wynik po realizacji drzewa wyrażenia

Dzień	Godzina
Pn	9.15
S	9.15
Pt	9.15

SQL – język oparty na algebrze relacyjnej

- Wiele współczesnych systemów baz danych wykorzystuje język **SQL** (*ang. Structured Query Language* – strukturalny język zapytań) do wyrażania zapytań.

Operacja: $\pi_{\text{StudentID}} (\sigma_{\text{Zajęcia} = \text{„CS101”}} (\text{ZSO}))$

```
SELECT StudentID  
FROM ZSO  
WHERE Zajęcia=„CS101”
```

Operacja: $\pi_{\text{Dzień, Godzina}} (\sigma_{\text{Klasa} = \text{„Aula”}} (\text{ZK} \ \&\& \ \text{ZDG}))$

```
SELECT Dzień, Godzina  
FROM ZK, ZDG  
WHERE ZK.Zajęcia = ZGD.Zajęcia AND Klasa = „Aula”
```


Implementowanie operacji algebry relacyjnej

□ Suma, przecięcie i różnica:

- Można implementować analogicznie jak dla zbiorów.
- Należy przewidzieć sposób eliminacji duplikatów na pewnym etapie tych operacji.
- Można wykorzystać indeks.

□ Rzutowanie:

- Operacja wymaga przejrzania wszystkich krotek i stworzenia kopii pozbawionych składowych odpowiadających atrybutom, których nie ma na liście rzutowania.
- Po wyznaczeniu rzutowania, np. $S = \pi_L(R)$, dla pewnej relacji R i liście atrybutów L , musimy wyeliminować duplikaty (stosujemy jedna z omówionych już metod).

Implementowanie operacji algebry relacyjnej

□ Selekcja:

- Wykonywanie operacji selekcji $S = \sigma_C(R)$ na relacji R , dla której nie zdefiniowano żadnych indeksów.
- Musimy przeanalizować wszystkie krotki w tej relacji w celu sprawdzenia warunku C .
- Jeżeli takie indeksy istnieją oraz można je wykorzystać do całkowitego lub częściowego sprawdzenia warunku C to bardzo przyspiesza to czas wykonania operacji.

□ Łączenie:

- Istnieje szereg metod łączenia, różniących się czasem wykonania.
- Tylko wymienimy: złączenie pętli zagnieżdżonej (*ang. nested loop join*), złączenie indeksowe (*ang. index-join*), złączenie przez sortowanie (*ang. sort-join*).
- Złączenie indeksowe wymaga istnienia indeksu na jednym z atrybutów wykorzystywanych do łączenia, złączenie przez sortowanie może być wykonywane na dowolnych relacjach.

Prawa algebraiczne dla relacji

- Podobnie jak w przypadku innych algebr, przekształcanie wyrażeń algebry zapytań umożliwia często „optymalizację” zapytań.
- Oznacza to, że możemy przekształcić kosztowne obliczeniowo wyrażenie w równoważne, którego obliczenie charakteryzuje się niższym kosztem.
- Podczas gdy przekształcanie wyrażeń arytmetycznych lub logicznych umożliwia niekiedy uzyskanie oszczędności rzędu kilku operacji, właściwe przekształcenia zastosowane do algebry relacyjnej może w znacznym stopniu skrócić czas potrzeby do wyznaczenia wartości wyrażenia.

Prawa dla łączenia:

- Operator łączenia jest w pewnym sensie przemienny, w innym nie jest. Jeżeli istotna jest kolejność atrybutów to nie jest, **S && R** ma inne kolumny niż **R && S**.
- Operator łączenia nie zawsze spełnia warunki prawa łączności.

Prawa algebraiczne dla relacji

□ Prawa dla selekcji:

- Najbardziej przydatne prawa algebry relacyjnej dotyczą operatora selekcji. Staramy się dokonywać selekcji na jak najwcześniejszym etapie.

- **Prawa przenoszenia selekcji** (*ang. selection pushing*)

$$(\sigma_C (R \ \&\& \ S)) == (\sigma_C (R) \ \&\& \ S)$$

$$(\sigma_C (R \ \&\& \ S)) == (R \ \&\& \ \sigma_C (S))$$

- **Prawo podziału selekcji** (*ang. selection splitting*)

$$\sigma_{C \ \text{AND} \ D} (R) == \sigma_C (\sigma_D (R))$$

- **Prawo przemienności selekcji**

$$\sigma_C (\sigma_D (R)) == \sigma_D (\sigma_C (R))$$

- **Operacje selekcji możemy przenosić poniżej sumy, przecięcia i różnicy zbiorów.**

„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

- Wykonanie tego zapytania wymaga przechodzenia pomiędzy czterema relacjami:
 - ZSO (Zajęcia-StudentID-Ocena)
 - SNAT (StudentID-Nazwisko-Adres-Telefon)
 - ZDG (Zajęcia-Dzień-Godzina)
 - ZK (Zajęcia-Klasa)
- Aby wykonać wyrażenie algebraiczne dla tego zapytania rozpocznijmy od złączenia „naturalnego” dla wszystkich czterech relacji.
 - ZSO && SNAT (porównując StudentID)
 - (ZSO && SNAT) && ZDG (porównując Zajęcia)
 - ((ZSO && SNAT) && ZDG) && ZK (porównując Zajęcia)
- Relacja wynikowa to: **{Zajęcia, StudentID, Ocena, Nazwisko, Adres, Telefon, Dzień, Godzina, Klasa}**

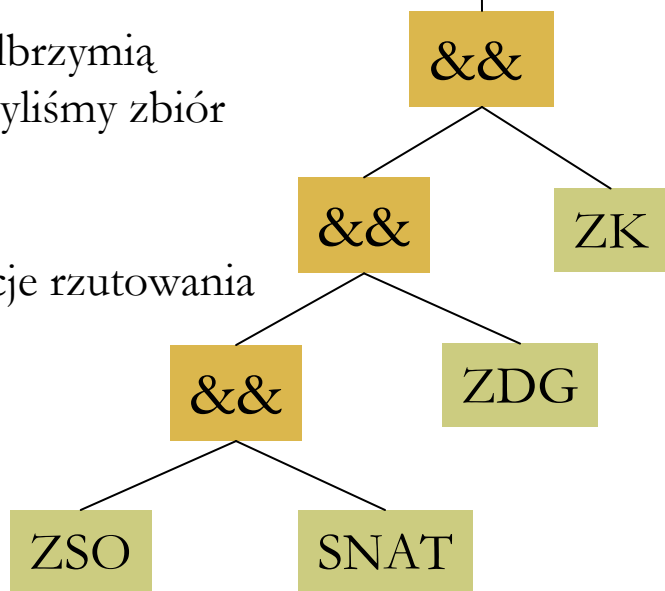
„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

π Klasa

σ Nazwisko = „J. Kowalski” AND Dzień=„M” AND Godzina=„9.00”

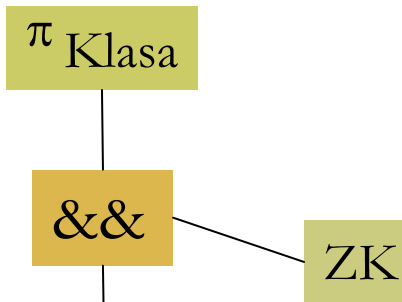
Skonstruowaliśmy olbrzymią relację oraz ograniczyliśmy zbiór danych do 1 krotki

Wykonaliśmy operacje rzutowania na jedną składową.

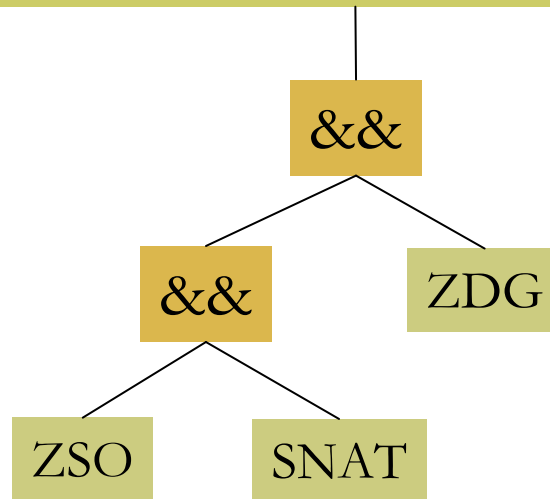


„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Przenieść operacje selekcji poniżej najwyższej operacji łączenia z relacją ZK

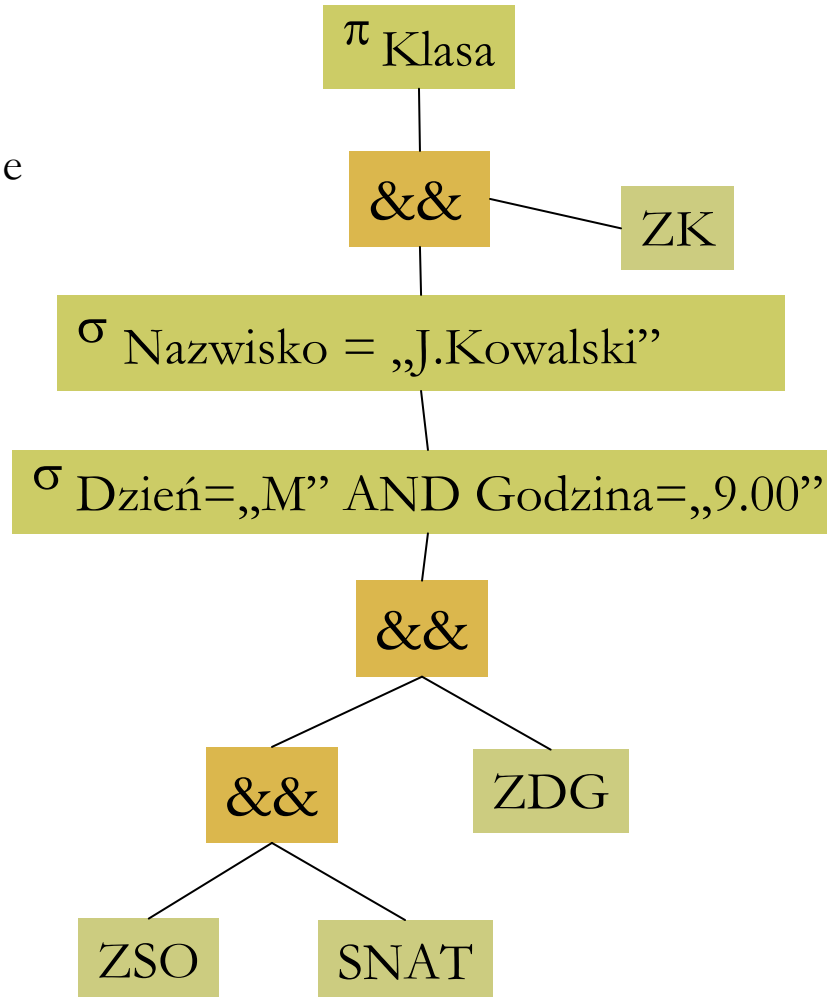


σ Nazwisko = „J.Kowalski” AND Dzień=„M” AND Godzina=„9.00”



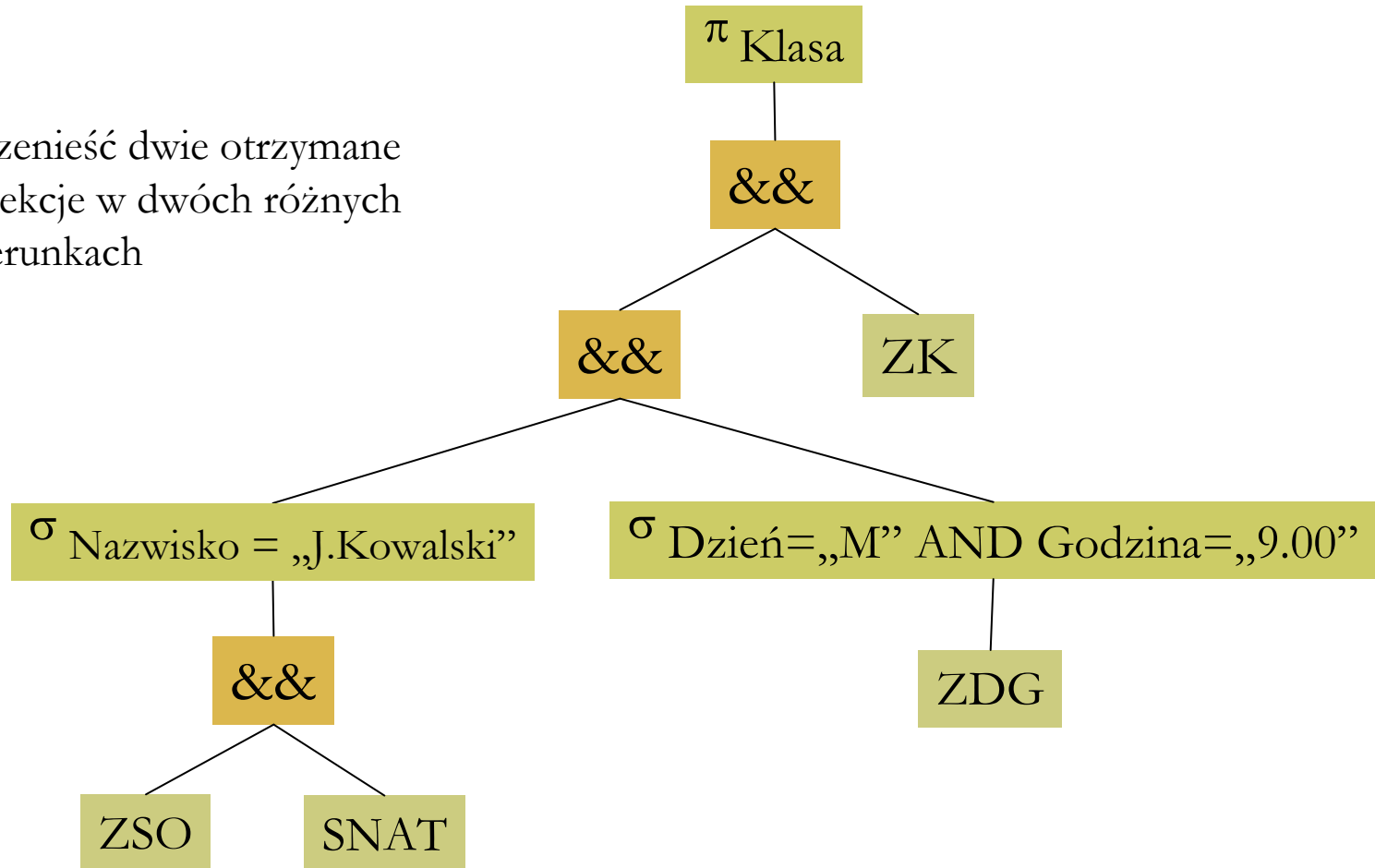
„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Rozdziel selekcje



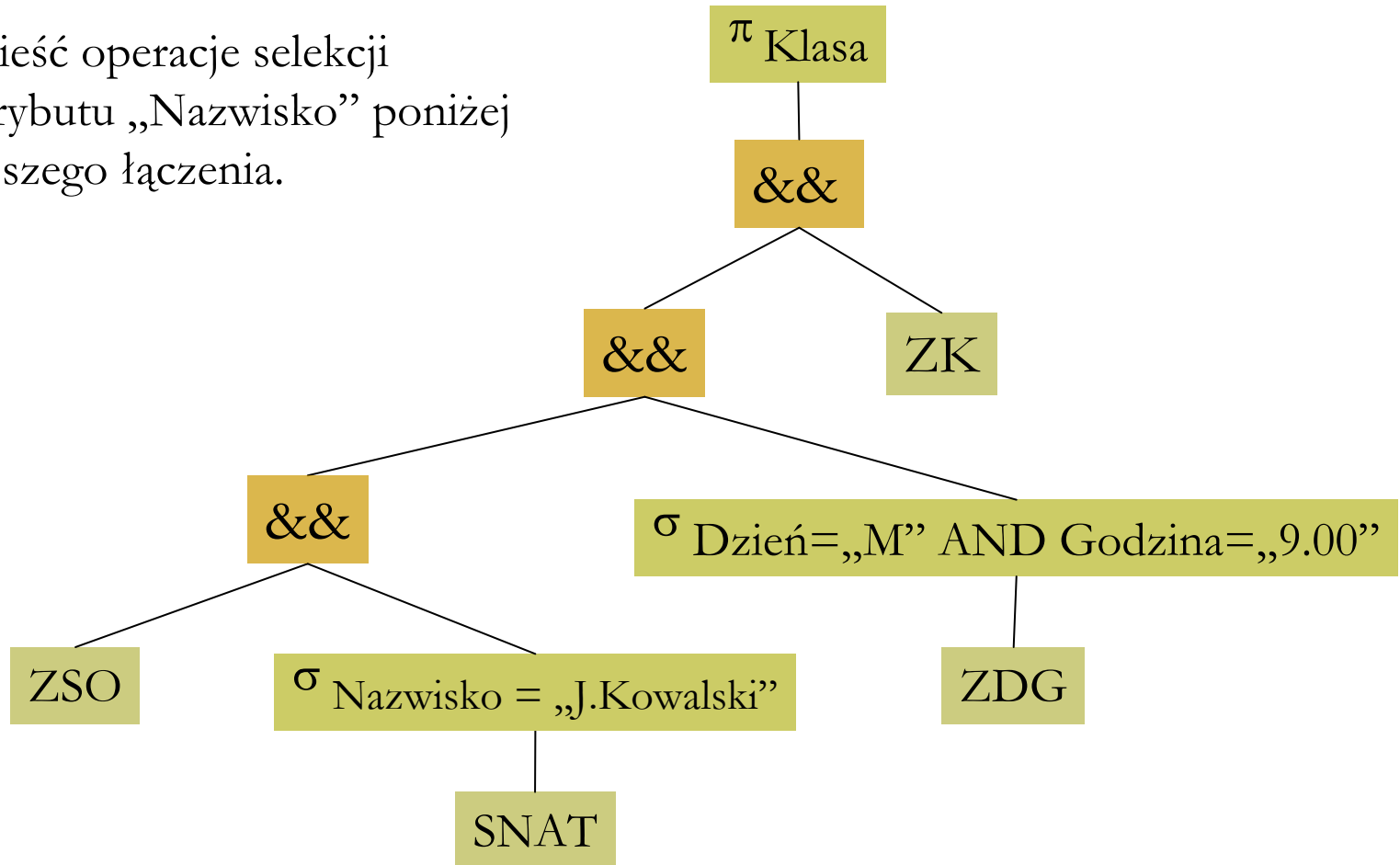
„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Przenieść dwie otrzymane selekcje w dwóch różnych kierunkach



„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Przenieść operacje selekcji dla atrybutu „Nazwisko” poniżej najniższego łączenia.



Prawa dla rzutowania

- Rzutowanie możemy przenosić poniżej sum:
 - $\pi_L(R \cup S) = (\pi_L(R) \cup \pi_L(S))$
- ale nie poniżej przecięć:
 - $\pi_L(R \cap S) \neq (\pi_L(R) \cap \pi_L(S))$
- **Prawo przenoszenia rzutowania:**

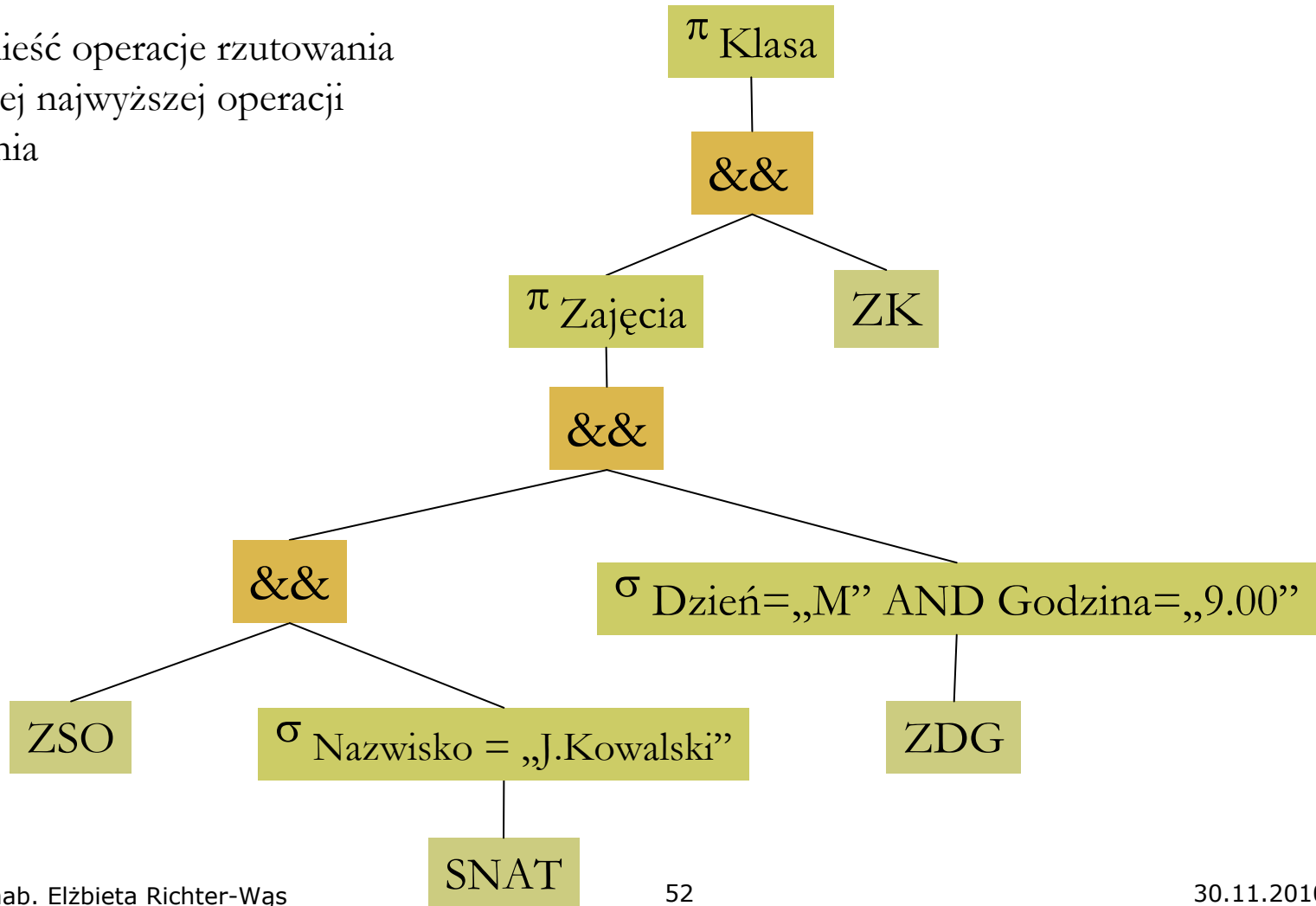
$$(\pi_L(R \underset{A=B}{\&\&} S)) = (\pi_L(\pi_M(R) \underset{A_i=B_j}{\&\&} \pi_N(S)))$$

M – lista atrybutów z listy **L**, które należą do schematu relacji **R**, plus atrybut **A**, jeśli nie ma go na liście **L**

N – lista atrybutów z listy **L**, które należą do schematu relacji **R**, plus atrybut **B**, jeśli nie ma go na liście **L**

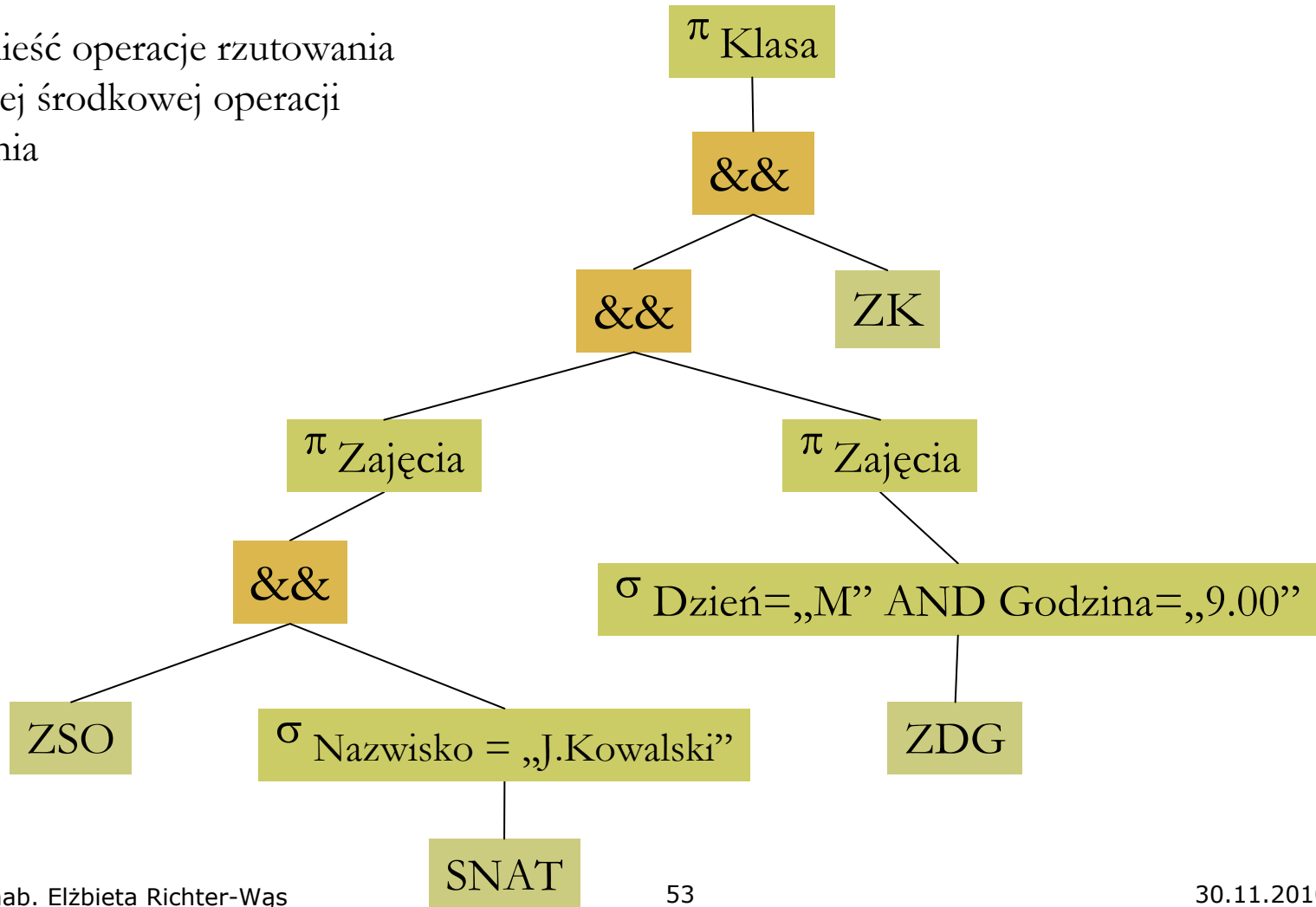
„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Przenieść operacje rzutowania
poniżej najwyższej operacji
łączenia



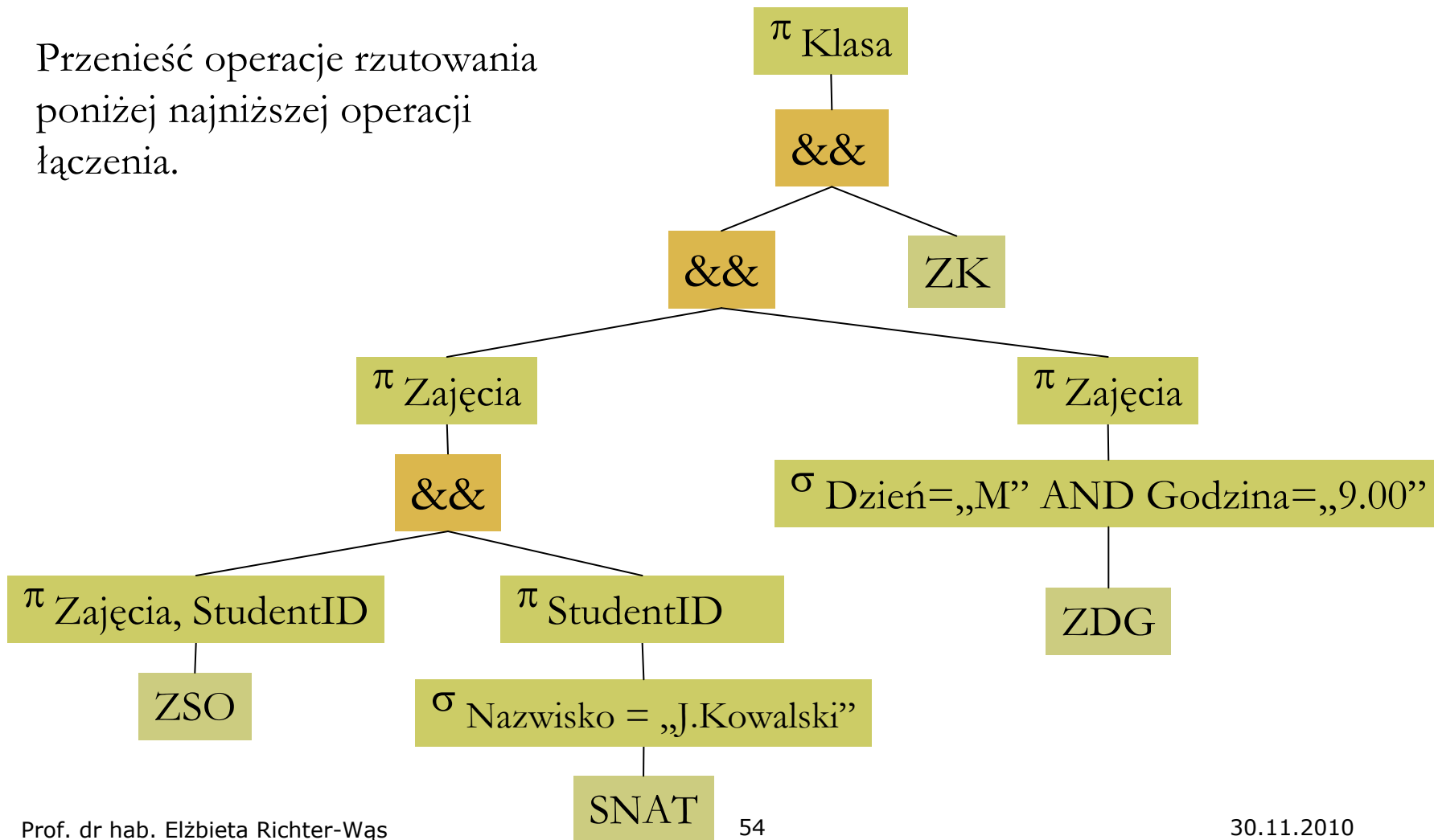
„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Przenieść operacje rzutowania
poniżej środkowej operacji
łączenia



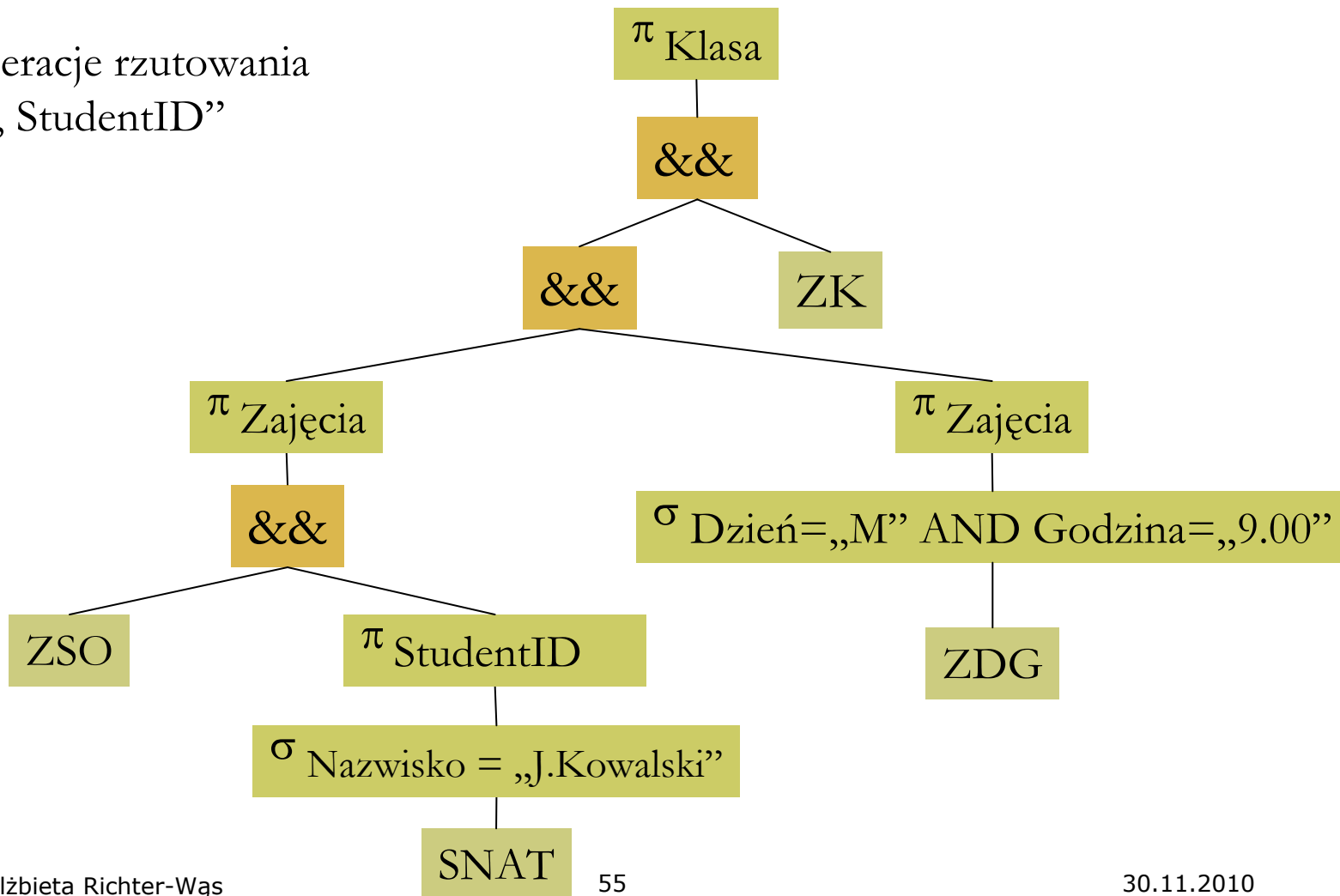
„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Przenieść operacje rzutowania poniżej najniższej operacji łączenia.



„Gdzie przebywa J. Kowalski w poniedziałek o 9-tej rano?”

Usuń operacje rzutowania „Zajęcia, StudentID”



Podsumowanie

- ❑ Algebra relacyjna jest wysoko poziomową notacją definiowania operacji zapytań dotyczących jednej lub wielu relacji.
Głównymi operacjami tej algebry są: **suma, przecięcie, różnica, selekcja, rzutowanie i złączenie**.
Jest silną notacją wyrażania zapytań bez podawania szczegółów dotyczących planowanych operacji na otrzymanych danych.
- ❑ Istnieje wiele sposobów efektywnego implementowania operacji złączenia.
- ❑ Optymalizacja wyrażeń algebry relacyjnej może w znaczący sposób skrócić czas wyznaczania ich wartości, jest więc istotnym elementem wszystkich języków opartych na algebrze relacyjnej wykorzystywanych w praktyce do wyrażania zapytań.
- ❑ Istnieje wiele sposobów skracania czasu obliczania danego wyrażenia.
Najlepsze efekty przynosi przenoszenie operacji selekcji w dół drzewa wyrażenia.

Funkcje

□ Relacje binarne:

- **Relacja binarna jest zbiorem par**, będącym podzbiorem iloczynu kartezyjskiego dwóch zbiorów **A** i **B**.

Jeśli relacja **R** jest podzbiorem **A x B**, mówimy, że **R jest relacja z A do B**.

- O zbiorze **A** mówimy że jest dziedziną, zaś o zbiorze **B** że jest przeciwdziedziną.

□ Funkcje:

- Mówimy, że relacja **R** jest **funkcją częściową z dziedziny A do przeciwdziedziny B** jeśli dla dowolnego elementu **a** należącego do zbioru **A** **istnieje co najwyżej** jeden taki element **b** należący do zbioru **B**, że spełniona jest relacja **aRb**.

- O relacji **R** mówimy że jest **funkcją zupełną** jeśli dla każdego elementu **a** należącego do zbioru **A** istnieje **dokładnie jeden** element **b** należący do zbioru **B**, że spełniona jest relacja **aRb**.

- **Różnica** między funkcją częściową i funkcją zupełną jest taka że ta pierwsza może nie być zdefiniowana dla niektórych elementów swojej dziedziny.

Odpowiedniości wzajemnie jednoznaczne

- Niech F będzie funkcją częściową z dziedziny A do przeciwdziedziny B charakteryzującą się następującymi własnościami:
 1. Dla każdego elementu a należącego do zbioru A istnieje taki element b należący do zbioru B , że $F(a) = b$
 2. Dla każdego elementu b należącego do zbioru B istnieje pewien element a należący do zbioru A , że $F(a) = b$
 3. Dla każdego elementu b należącego do zbioru B nie istnieją takie różne elementy a_1, a_2 , należące do zbioru A , dla których zarówno $F(a_1)$, jak i $F(a_2)$ są równe b .
- W takim przypadku o funkcji F mówimy że jest **odpowiedniością wzajemnie jednoznaczną z A do B (bijekcją)**.
- Warunek 1) oznacza że funkcja F jest zupełna z A do B .
- Warunek 2) i 3) oznacza że funkcja F jest zupełna z B do A .

Przykład

- Funkcja $S = \{(a, b): b=a^2; a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$ **NIE JEST** wzajemnie jednoznaczna.
- Funkcja spełnia własność 1) ponieważ dla każdej liczby całkowitej $a=i$ istnieje liczba całkowita $b=i^2$ taka że $b=S(a)$.
- Funkcja **nie** spełnia własności 2) ponieważ istnieją wartości b (wszystkie liczby ujemne) które, dla żadnego a , nie należą do $S(a)$.
- Funkcja **nie** spełnia własności 3), ponieważ istnieje wiele przykładów par różnych a , dla których $S(a)$ jest równe takiej samej wartości b .
 $S(a_1 = 3) = 9; S(a_2 = -3) = 9.$

Przykład

- Funkcja $\mathbf{P} = \{(a, b): b=a+1; a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$ **JEST** wzajemnie jednoznaczna.
- Funkcja spełnia własność 1) ponieważ dla każdej liczby całkowitej \mathbf{a} istnieje liczba całkowita $\mathbf{b} = \mathbf{a} + \mathbf{1}$ taka że $\mathbf{b} = \mathbf{P}(\mathbf{a})$.
- Funkcja spełnia własność 2) ponieważ dla każdej wartości \mathbf{b} istnieje pewna liczba całkowita $\mathbf{a} = \mathbf{b} - \mathbf{1}$ dla której $\mathbf{b} = \mathbf{P}(\mathbf{a})$.
- Funkcja spełnia własność 3), ponieważ dla żadnej liczby całkowitej \mathbf{b} nie mogą istnieć dwie różne liczby całkowite, które po dodaniu do nich $\mathbf{1}$ są równe \mathbf{b} .

Implementowanie funkcji w formie danych

- W językach programowania funkcje są zazwyczaj implementowane w formie kodu. Jeśli jednak ich dziedzina jest odpowiednio mała, mogą być także implementowane za pomocą technik całkiem podobnych do wykorzystywanych dla zbiorów.
- **Funkcja jako kod:**
Określa sposób wyznaczania wartości **F(x)** dla dowolnej wartości **x** należącej do dziedziny.

Implementowanie funkcji w formie danych

- **Funkcja jako dane:**
 - Reprezentacja składa się ze **skończonego zbioru par**. Te pary (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , ..., (a_n, b_n) przechowujemy w określonej strukturze np. listy jednokierunkowe, wektory własne, tablice mieszające.
- **Operacje na funkcjach (reprezentowanych jako dane):**
- Operacje które chcemy wykonywać są bardzo podobne do tych wykonywanych na słownikach:
 - wstawić nowa parę (a, b) , taka że $b=F(a)$ (sprawdzamy czy nie ma (a, c))
 - usunąć parę powiązana z wartością a , czyli $(a, b=F(a))$
 - wyszukać wartość $F(a)$ związaną z wartością a , czyli wskazać na parę $(a, b=F(a))$

Efektywność operacji na funkcjach (reprez. jako dane)

- Czas potrzebny na wykonanie operacji na funkcjach reprezentowanych za pomocą struktur:
 - listy jednokierunkowej, wektora własnego, tablicy mieszającej**są takie same jak czasy adekwatnych operacji wykonywanych na **słownikach** reprezentowanych za pomocą tych samych struktur.
- Jeśli funkcja składa się z **n** par, operacja na **liście jednokierunkowej** reprezentującej tą funkcje wymaga średnio czasu **$O(n)$** .

Efektywność operacji na funkcjach (reprez. jako dane)

- Reprezentacja oparta na **wektorze własnym** wymaga średnio czasu **$O(1)$** dla każdej operacji (ale można ją stosować tylko jeśli zbiór uniwersalny czyli dziedzina ma ograniczony rozmiar).
- Operacje na funkcji reprezentowanej za pomocą **tablicy mieszającej** złożonej z **B** komórek wymagają średnio czasu **$O(n/B)$** .
Jeśli istnieje możliwość zbliżenia wartości **B** do wartości **n** , to średni czas wykonywania operacji maleje nawet do **$O(1)$** .

Implementowanie relacji binarnych

- Implementowanie relacji binarnych różni się w pewnych elementach od implementacji funkcji.
- Zarówno relacje binarne jak i funkcje są zbiorami par, jednak funkcja dla każdego należącego do dziedziny elementu a zawiera co najwyżej jedną parę w postaci (a, b) dla dowolnego b .
- Relacja może zawierać dowolną liczbę należących do przeciwdziedziny elementów powiązanych z danym elementem a należącym do dziedziny relacji.

Operacje słownikowe na funkcjach i relacjach

- ❑ Zbiór par może być traktowany jako zbiór, jako funkcja lub jako relacja.
- ❑ Dla każdego z tych przypadków zdefiniowaliśmy właściwe operacje wstawiania, usuwania i wyszukiwania elementów.
- ❑ Operacje te różnią się w swojej formie.

	zbiór par	funkcja	relacja
wstawianie	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina
usuwanie	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina
wyszukiwanie	dziedzina i przeciwdziedzina	dziedzina	dziedzina i przeciwdziedzina

Podsumowanie

- Relacje (binarne) są zbiorami par. Funkcja jest relacją, w której istnieje co najwyżej jedna krotka dla danej wartości pierwszej składowej
- Bijekcja pomiędzy dwoma zbiorami jest funkcją, która z każdą wartością pierwszej składowej łączy unikatowy element drugiej składowej i odwrotnie.
- Istnieje wiele istotnych własności relacji binarnych – do najważniejszych należą zwrotność, przeciwzwrotność, symetria, asymetria, antysymetria, spójność oraz przechodniość.
- Specyficzne rodzaje relacji binarnych to:
 - relacja porządku częściowego,
 - relacja porządku całkowitego,
 - relacja równoważności.