Teoretyczne podstawy informatyki

Wykład 2:
Struktury danych i algorytmy

http://hibiscus.if.uj.edu.pl/~erichter/Dydaktyka2010/TPI-20010
http://kiwi.if.uj.edu.pl/~erichter/Dydaktyka2010/TPI-2010
http://th-www.if.uj.edu.pl/~erichter/dydaktyka/Dydaktyka2010/TPI-2010

Struktury danych i algorytmy

- **Struktury danych** to **narzędzia** do reprezentowania informacji która ma być przetworzona przez program komputerowy,
- **Algorytmy** to **przepisy** wykonania czynności niezbędnych do jej przetworzenia.

- **Wybór algorytmu** do rozwiązania konkretnego problemu programistycznego pomaga w ustaleniu, jaką strukturę danych należałoby użyć, ale i odwrotnie – **wybrana struktura danych** ma ogromny wpływ na szczegóły realizacji i efektywności algorytmu.

Struktury danych i algorytmy

- Badanie modelów danych, ich własności oraz sposobów właściwego wykorzystania, stanowi **jeden z filarów informatyki.**
- Drugim, **równie ważnym filarem** jest uważna analiza algorytmów i powiązanych z nimi struktur danych.

  - Musimy znać najlepsze sposoby wykonywania najczęściej spotykanych żądań, musimy także nauczyć się podstawowych technik projektowania dobrych algorytmów.
  - Musimy zrozumieć w jaki sposób wykorzystywać struktury danych i algorytmy tak, by pasowały do procesu tworzenia przydatnych programów.

Typy danych i struktury danych

Dane są to „obiekty" którymi manipuluje algorytm.
Te obiekty to nie tylko dane wejściowe lub wyjściowe (wyniki działania algorytmu), to również obiekty pośrednie tworzone i używane w trakcie działanie algorytmu.

Dane mogą by różnych **typów**, do najpospolitszych należą liczby (całkowite, dziesiętne, ułamkowe) i słowa zapisane w rozmaitych alfabetach.

Typy danych i struktury danych

Interesują nas sposoby w jaki algorytmy mogą organizować, zapamiętywać i zmieniać zbiory danych oraz sięgać do nich.

- Zmienne czyli „pudelka" w których chwilowo przechowujemy jakąś wartość,
- Wektory,
- Listy,
- Tablice czyli tabele (macierze), w których to możemy odwoływać się do indeksów,
- Kolejki i stosy,
- Drzewa, czyli hierarchiczne ułożenie danych,
- Zbiory…. Grafy…. Relacje….

Typy danych i struktury danych

W wielu zastosowaniach same struktury danych nie wystarczają.

Czasami potrzeba bardzo obszernych zasobów danych, stanowiących dla wielu algorytmów potencjalne dane wejściowe, a więc mające ustaloną strukturę i nadające się do odszukiwania i manipulowania nimi.

Nazywa się je **bazami danych** (relacyjne i hierarchiczne).

Kolejny krok to **bazy wiedzy**, których elementami są bazy danych, a które zawierają również informacje o związkach pomiędzy danymi.

Algorytmika

- Algorytm to „przepis postępowania" prowadzący do rozwiązania konkretnego zadania; zbiór poleceń dotyczących pewnych obiektów (danych) ze wskazaniem kolejności w jakiej mają być wykonane".
- Jest jednoznaczną i precyzyjną specyfikacją kroków które mogą być wykonywane „mechanicznie".
- W matematyce algorytm jest „pojęciem służącym do formułowania i badania rozstrzygalności problemów i teorii"
- Algorytm odpowiada na pytanie „jak to zrobić" postawione przy formułowaniu zadania. Istota algorytmu polega na rozpisaniu całej procedury na kolejne, możliwie elementarne kroki.
- **Algorytmiczne myślenie można kształtować niezależnie od programowania komputerów, chociaż każdy program komputerowy jest zapisem jakiegoś algorytmu.**

Sposoby zapisu algorytmu

- Najprostszy sposób zapisu to **zapis słowny**
  - Pozwala określić kierunek działań i odpowiedzieć na pytanie, czy zagadnienie jest możliwe do rozwiązania.
- Bardziej konkretny zapis to **lista kroków**
  - Staramy się zapisać kolejne operacje w postaci kolejnych kroków które należy wykonać.
- Budowa listy kroków obejmuje następujące elementy:
  - sformułowanie zagadnienia (zadanie algorytmu),
  - określenie zbioru danych potrzebnych do rozwiązania zagadnienia (określenie czy zbiór danych jest właściwy),
  - określenie przewidywanego wyniku (wyników): co chcemy otrzymać i jakie mogą być warianty rozwiązania,
  - zapis kolejnych ponumerowanych kroków, które należy wykonać, aby przejść od punktu początkowego do końcowego.
- Bardzo wygodny zapis to **zapis graficzny**, np:
  - Schematy blokowe i grafy.

Rodzaje algorytmów

Algorytmy można dzielić ze względu na czas działania.

- Algorytm liniowy:
  - Ma postać ciągu kroków (których jest liniowa ilość) które muszą zostać bezwarunkowo wykonane jeden po drugim.
  - Algorytm taki nie zawiera żadnych warunków ani rozgałęzień: zaczyna się od podania zestawu danych, następnie wykonywane są kolejne kroki wykonawcze, aż dochodzimy do wyniku

Algorytm liniowy - przykład

Przykład: dodanie lub mnożenie dwóch liczb

- **Sformułowanie zadania**:
  oblicz sumę dwóch liczb naturalnych: a,b. Wynik oznacz przez S.
- **Dane wejściowe**: dwie liczby a i b
- **Cel obliczeń**: obliczenie sumy S = a + b
- **Dodatkowe ograniczenia**: sprawdzenie warunku dla danych wejściowych np. czy a, b są naturalne.
  - Ale sprawdzenie pewnych warunków sprawia że algorytm przestaje być liniowy

Rodzaje algorytmów

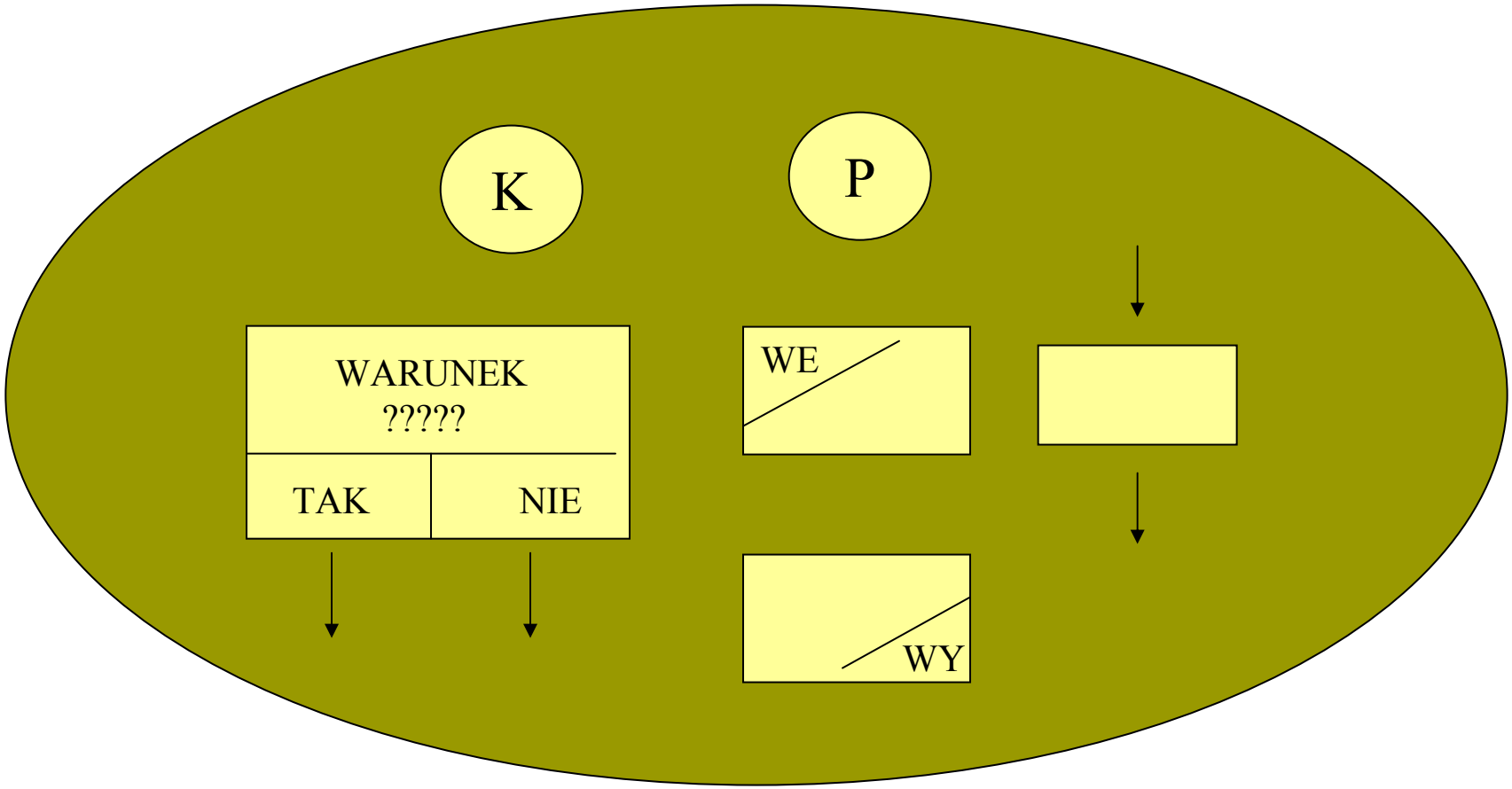
Algorytm z rozgałęzieniem:

- Większość algorytmów zawiera rozgałęzienia będące efektem sprawdzania warunków. Wyrażenia warunkowe umożliwiają wykonanie zadania dla wielu wariantów danych i rozważanie różnych przypadków.
- Powtarzanie różnych działań ma dwojaką postać:
  - liczba powtórzeń jest z góry określona (przed rozpoczęciem cyklu), najczęściej związany z działaniami na macierzach,
  - liczba powtórzeń jest nieznana (zależy od spełnienia pewnego warunku), najczęściej związany z obliczeniami typu iteracyjnego.

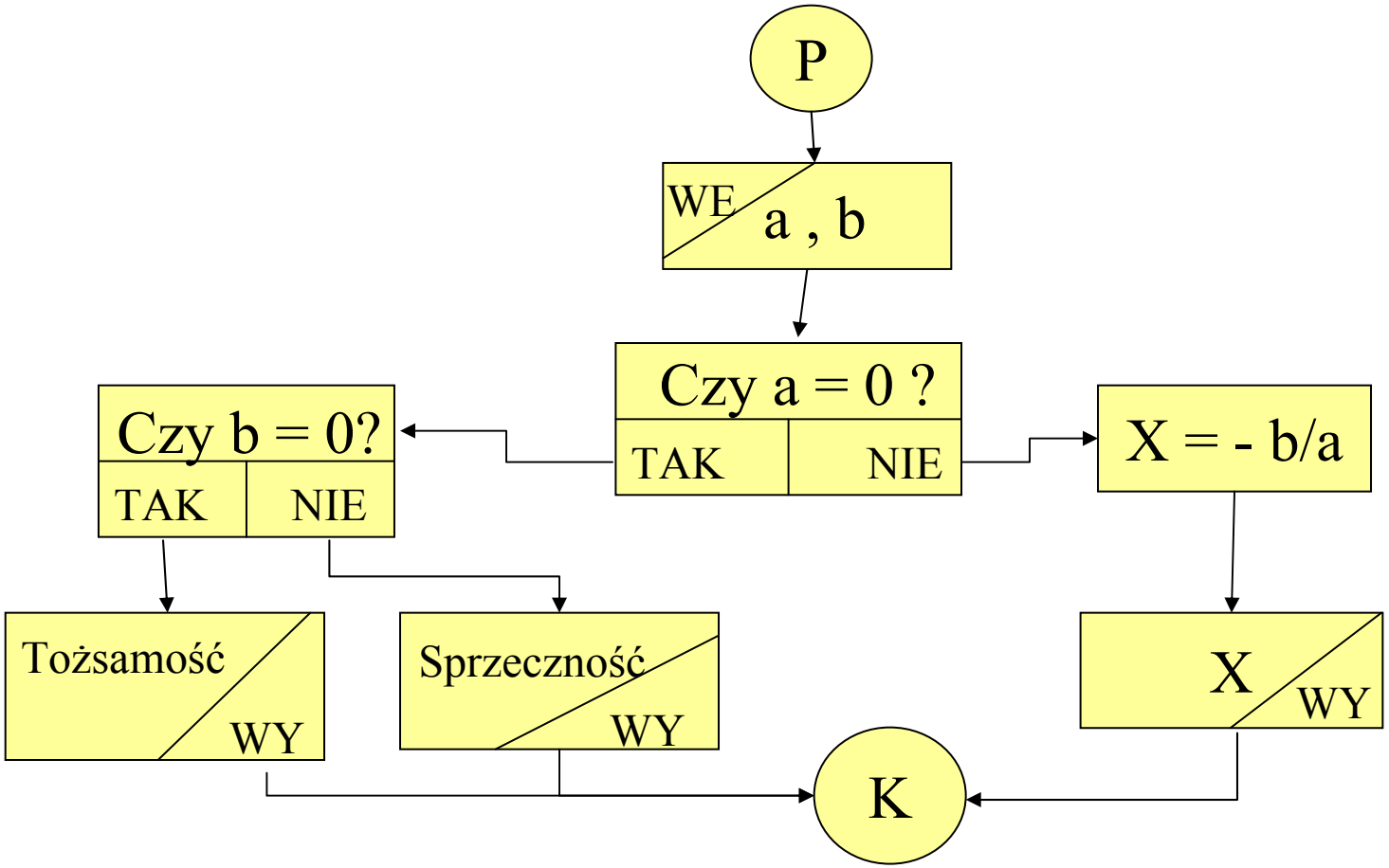
Algorytm z rozgałęzieniem - przykład

- **Sformułowanie zadania**
  Znajdź rozwiązanie równania liniowego postaci $a \bullet x + b = 0$. Wynikiem jest wartość liczbowa lub stwierdzenie dlaczego nie ma jednoznacznego rozwiązania.
- **Dane wejściowe**
  Dwie liczby rzeczywiste a i b
- **Cel obliczeń** (co ma być wynikiem)
  Obliczenie wartości x lub stwierdzenie, że równanie nie ma jednoznacznego rozwiązania.
  - gdy $a = 0$ to sprawdź czy $b = 0$, jeśli tak to równanie sprzeczne lub tożsamościowe
  - gdy $a \neq 0$ to oblicz $x = -b/a$

Schematy blokowe i algografy



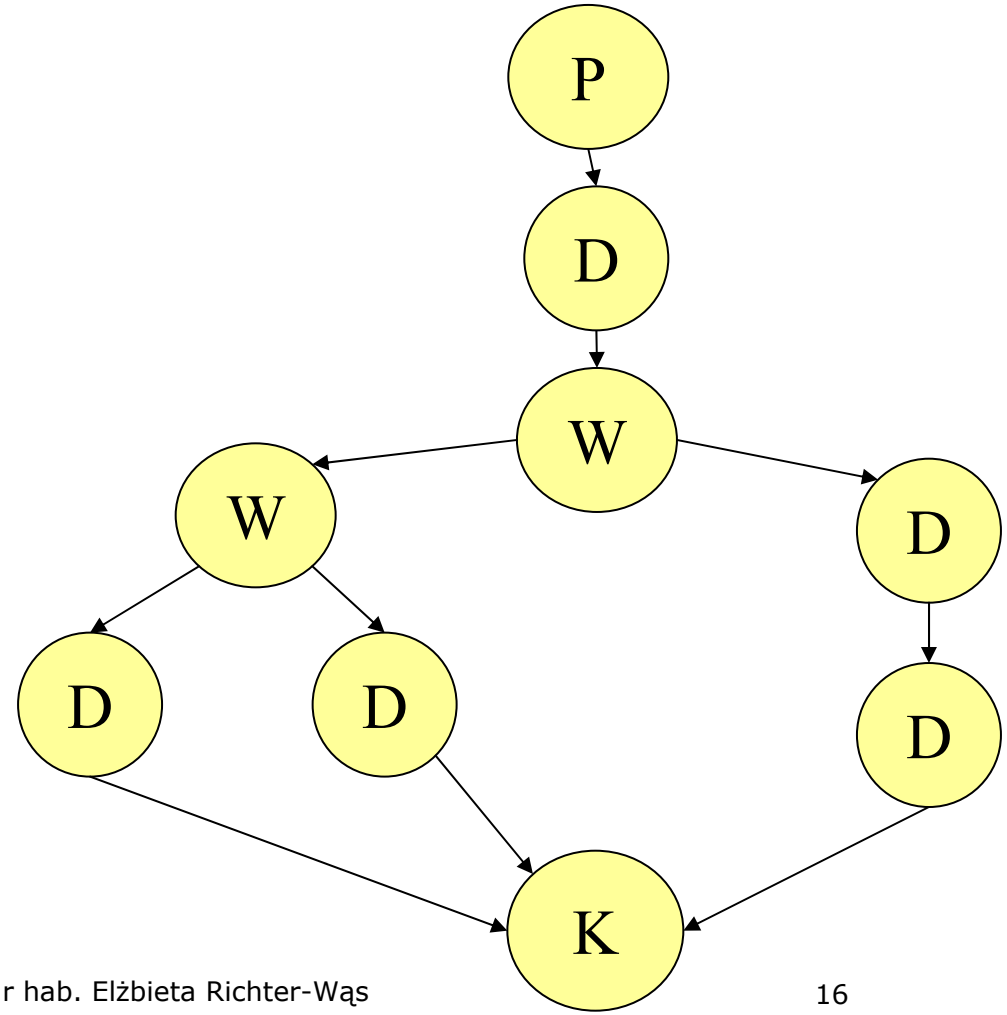
Schemat blokowy rozwiązania równania liniowego



Grafy

- Graf składa się z węzłów i gałęzi.
- Graf symbolizuje przepływ informacji.
- W przypadku algorytmów graf można wykorzystać aby w uproszczonej formie zilustrować ilość różnych dróg prowadzących do określonego w zadaniu celu.
- Graf pozwala także wykryć ścieżki, które nie prowadzą do punktu końcowego, których to poprawny algorytm nie powinien posiadać.

Graf algorytmu rozwiązania równania liniowego



- P – początek
- K – koniec
- D – działanie
- W – warunek

Grafy

- Jeżeli w grafie znajduje się ścieżka, która nie doprowadza do węzła końcowego, to mamy do czynienia z niepoprawnym grafem.
- W programie przygotowanym na podstawie takiego grafu, mamy do czynienia z przerwaniem próby działania i komunikatem o zaistnieniu jakiegoś błędu w działaniu.
- Węzeł grafu może mieć dwa wejścia jeżeli ilustruje pętle. Wtedy liczba ścieżek początek-koniec może być nieskończona, gdyż nieznana jest liczba obiegów pętli.
- **Graf to tylko schemat kontrolny służący do sprawdzenia algorytmu**
- **Schemat blokowy służy natomiast jako podstawa do tworzenia programów**

Algorytmy „dziel i zwyciężaj”

- Dzielimy problem na mniejsze części tej samej postaci co pierwotny.
- Teraz te pod-problemy dzielimy dalej na coraz mniejsze, używając tej samej metody, aż **rozmiar problemu** stanie się tak **mały**, że rozwiązanie będzie oczywiste lub będzie można użyć jakiejś innej efektywnej metody rozwiązania.
- Rozwiązania wszystkich pod-problemów muszą być połączone w celu utworzenia rozwiązania całego problemu.
- **Metoda zazwyczaj implementowana z zastosowaniem technik rekurencyjnych.**

Algorytmy „dziel i zwyciężaj”

- **Jak znaleźć minimum ciągu liczb?**
  - Dzielimy ciąg na dwie części, znajdujemy minimum w każdej z nich, bierzemy minimum z obu liczb jako minimum ciągu.

- **Jak sortować ciąg liczb?**
  - Dzielimy na dwie części, każdą osobno sortujemy a następnie łączymy dwa uporządkowane ciągi (scalamy).

Algorytmy oparte na programowaniu dynamicznym

- Można stosować wówczas, kiedy problem daje się podzielić na wiele pod-problemów, możliwych do zakodowania w jedno-, dwu- lub wielowymiarowej tablicy, w taki sposób że w pewnej określonej kolejności można je wszystkie (a więc i cały problem) efektywnie rozwiązać.

Jak obliczać ciąg Fibonacciego?

$$F(i) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } i = 1 \\ 1 & \text{jeśli } i = 2 \\ F(i-2)+F(i-1) & \text{jeśli } i > 2 \end{cases}$$

Aby obliczyć **F(n)**, wartość **F(k)**, gdzie **k<n** musimy wyliczyć **F(n-k)** razy.
Liczba ta rośnie wykładniczo.
Korzystnie jest więc zachować (zapamiętać w tablicy) wyniki wcześniejszych obliczeń (tu: **F(k)**).

Jak obliczać liczbę kombinacji?

Liczba kombinacji (podzbiorów) r-elementowych ze zbioru n-elementowego, oznaczana $\binom{n}{r}$, dana jest wzorem:

$$\binom{n}{r} = n!/(r!\,(n-r)!)$$

Możemy użyć wzorów:

$\binom{n}{r} = 1$, jeśli $r = 0$ lub $n = r$

$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r}$ dla $0 < r < n$

Obliczamy rząd po rzędzie w **trójkącie Pascala**

n \ r	0	1	2	3	4
0	1				
1	1	1			
2	1	2	1		
3	1	3	3	1	
4	1	4	6	4	1

Algorytmy z powrotami

- Przykładami tego typu algorytmów są gry.
  - Często możemy zdefiniować jakiś problem jako poszukiwanie jakiegoś rozwiązania wśród wielu możliwych przypadków.
  - Dana jest pewna przestrzeń stanów, przy czym stan jest to sytuacja stanowiąca rozwiązanie problemu albo mogąca prowadzić do rozwiązania oraz sposób przechodzenia z jednego stanu do drugiego.
  - Czasami mogą istnieć stany które nie prowadzą do rozwiązania.

Algorytmy z powrotami

- Metoda powrotów
  - Wymaga zapamiętania wszystkich wykonanych ruchów czy też wszystkich odwiedzonych stanów aby możliwe było cofanie posunięć.
  - Stanów mogą być tysiące lub miliony więc bezpośrednie zastosowanie metody powrotów, mogące doprowadzić do odwiedzenia wszystkich stanów, może być zbyt kosztowne.
  - Inteligentny wybór następnego posunięcia, **funkcja oceniająca**, może znacznie poprawić efektywność algorytmu.
    - Np. aby uniknąć przeglądania nieistotnych fragmentów przestrzeni stanów.

Wybór algorytmu

- Regułą jest że należy implementować algorytmy najprostsze, które wykonują określone zadanie.
- Prosty algorytm to
  - łatwiejsza implementacja, czytelniejszy kod
  - łatwość testowania
  - łatwość pisania dokumentacji,….
- Jeśli program ma działać wielokrotnie, jego wydajność i wykorzystywany algorytm stają się bardzo ważne. W ogólności, efektywność wiąże się z czasem potrzebnym programowi na wykonanie danego zadania. Istnieją również inne zasoby, które należy niekiedy oszczędnie wykorzystywać w pisanych programach:
  - ilość przestrzeni pamięciowej wykorzystywanej przez zmienne
  - generowane przez program obciążenie sieci komputerowej
  - ilość danych odczytywanych i zapisywanych na dysku

Wybór algorytmu

- **Zrozumiałość** i **efektywność** to są często sprzeczne cele. Typowa jest sytuacja w której programy efektywne dla dużej ilości danych są trudniejsze do napisania/zrozumienia.
- Np. sortowanie przez wybieranie (łatwy, nieefektywny dla dużej ilości danych) i sortowanie przez scalanie (trudniejszy, dużo efektywniejszy).
- Zrozumiałość to pojecie względne, natomiast **efektywność** można obiektywnie zmierzyć.
- **Metodyka:** testy wzorcowe, analiza złożoności obliczeń

Efektywność algorytmu

- Testy wzorcowe:
  - Podczas porównywania dwóch lub więcej programów zaprojektowanych do wykonywania tego samego zadania, opracowujemy niewielki zbiór typowych danych wejściowych które mogą posłużyć jako **dane wzorcowe** (ang. benchmark).
  - Powinny być one reprezentatywne i zakłada się że program dobrze działający dla danych wzorcowych będzie też dobrze działał dla wszystkich innych danych.
  - Np. test wzorcowy umożliwiający porównanie algorytmów sortujących może opierać się na jednym **małym** zbiorze danych, np. zbiór pierwszych 20 cyfr liczby p; jednym **średnim**, np. zbiór kodów pocztowych województwa krakowskiego; oraz na **dużym** zbiorze takim jak zbiór numerów telefonów z obszaru Krakowa i okolic.
  - Przydatne jest też sprawdzenie jak algorytm działa dla ciągu już posortowanego (często działają kiepsko).

Efektywność algorytmu

- Czas działania:
  - Oznaczamy przez funkcje **T(n)** liczbę jednostek czasu, które zajmuje wykonanie programu lub algorytmu w przypadku problemu o rozmiarze **n**.
  - Funkcje te nazywamy **czasem działania**. Dość często czas działania zależy od konkretnych danych wejściowych, nie tylko ich rozmiaru. W takim przypadku, funkcje **T(n)** definiuje się jako **najmniej korzystny przypadek** z punktu widzenia kosztów czasowych. Inną wyznaczaną wielkością jest też **czas średni**, czyli średni dla różnych danych wejściowych.

Uwagi końcowe

Na wybór najlepszego algorytmu dla tworzonego programu wpływa wiele czynników, najważniejsze to:

- prostota,
- łatwość implementacji
- efektywność