

## Zestaw zadań nr. 4

## • Zadanie 1

Pokaż przez indukcje matematyczną, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  nie mniejszej od 1 zachodzą równości:

a)  $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n = -n$

b)  $1 + 3 + 6 + \dots + n(n + 1)/2 = n(n + 1)(n + 2)/6$

c)  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (n(n + 1)/2)^2$

d)  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$

e)  $1/2 - 2/2^2 + 3/2^3 - 4/2^4 + \dots + (-1)^{(n-1)} = 1/9(2 + (-1)^{(n-1)}(3n + 2)/2^n)$

## • Zadanie 2

Pokaż przez indukcje matematyczną, że  $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n + 1)$

## • Zadanie 3

Wykaż, że zachodzi

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

używając interpretacji kombinatorycznej i rekurencji.

## • Zadanie 4

Zdefiniuj rekurencyjnie:

- $n!$
- $n$ -tą liczbę Fibonaciego.

## • Zadanie 5

Podaj algorytm znajdujący maksymalną liczbę z  $n$ -elementowej tablicy przy pomocy

- iteracji
- rekurencji

## • Zadanie 6

Podaj iteracyjny algorytm na sprawdzanie czy liczba  $n$  jest liczbą pierwszą, o złożoności  $O(n)$  oraz o złożoności  $O(\sqrt{n})$ .

## • Zadanie 7

Pokaż przez indukcję że  $n$ -kąt wypukły ma  $\frac{n(n-3)}{2}$  przekątnych.