1. Udowodnij, że funkcja
$$f(x) = (x - \tilde{x})^k g(x)\,, \tag{1}$$
gdzie $g(\tilde{x}) \neq 0$ oraz $g(x)$ jest odpowiednio wiele razy różniczkowalna, ma k-krotne miejsce zerowe w punkcie $\tilde{x}$.

2. Udowodnij, że metoda Newtona jest liniowo zbieżna do k-krotnego miejsca zerowego. *Wskazówka:* Skorzystaj z (1).

3. Niech $a \in \mathbb{R}\colon a > 0$. Bez posługiwania się pojęciem pochodnej udowodnij, że iteracja
$$z_{n+1} = \frac{1}{2}\left(z_n + \frac{a}{z_n}\right) \tag{2}$$
jest zbieżna do $\sqrt{a}$ dla wszystkich dodatnich punktów początkowych i do $-\sqrt{a}$ dla wszystkich ujemnych punktów początkowych.

PFG