1. Dany jest ciąg par liczb $\{x_i, y_i\}_{i=1}^{N}$. Liczby x_i znamy dokładnie, liczby y_i obarczone są Gaussowskimi błędami o odchyleniu standardowym σ. Do liczb tych dopasowujemy prostą

$$y = ax + b\,. \tag{1}$$

   Znajdź **analitycznie** wyrażenia na estymatory współczynników a, b oraz macierz kowariancji tych estymatorów.

2. Dany jest ciąg par liczb $\{x_i, y_i\}_{i=1}^{N}$. Liczby x_i znamy dokładnie, liczby y_i obarczone są Gaussowskimi błędami o odchyleniu standardowym σ. Do liczb tych dopasowujemy parabolę

$$y = ax^2 + bx + c\,. \tag{2}$$

   Znajdź **analitycznie** wyrażenia na estymatory współczynników a, b, c oraz macierz kowariancji tych estymatorów.

3. Dany jest ciąg par liczb $\{x_i, y_i\}_{i=1}^{N}$. Liczby x_i znamy dokładnie, liczby y_i obarczone są Gaussowskimi błędami o odchyleniu standardowym σ. Do liczb tych dopasowujemy funkcję trygonometryczną.

$$y = A\,\sin(\omega x + \varphi)\,. \tag{3}$$

   Zakładając, że wielkość ω jest znana dokładnie, znajdź funkcję, którą nalezy zminimalizować, aby można było znaleźć estymatory parametrów A, φ. Następnie zakładając, że znane są pewne przybliżenia $\bar{A}$, $\bar{\varphi}$, a "poprawne" estymatory mają postać $A = \bar{A} + \delta A$, $\varphi = \bar{\varphi} + \delta\varphi$, dokonaj pseudolinearyzacji i znajdź formę kwadratową, którą należy zminimalizować, aby znaleźć poprawki δA, $\delta\varphi$. Znajdź **analitycznie** wyrażenia na estymatory tych poprawek.

PFG