1. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} & & y & + & z & = & 1 \\ x & + & y & + & z & = & 2 \\ 2x & & & - & z & = & 0 \end{cases} \tag{1}$$

   za pomocą eliminacji Gaussa z wyborem elementu podstawowego.

2. Znajdź faktoryzacje *LU* i oblicz wyznaczniki następujących macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix} \tag{2a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2b}$$

3. Udowodnij, że układ równań liniowych z macierzą trójdiagonalną można rozwiązać w czasie liniowym za pomocą

   (a) eliminacji Gaussa i backsubstitution,

   (b) faktoryzacji *LU* z forward substitution i backsubstitution.

4. Znajdź faktoryzacje Cholesky'ego następujących macierzy

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 \\ -2 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \tag{3a}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & & 1 & 4 \end{bmatrix} \tag{3b}$$

   Wynik dla drugiej z tych macierzy zależy od jej wymiaru! Proszę zastanowić się, jak zmienia się on, gdy wymiar wynosi $4, 5, 6, \ldots$.

PFG