1. Rozważamy problem brzegowy

$$\ddot{u} + \lambda e^{u+1} = 0\,, \tag{1a}$$
$$u(0) = u(1) = 0\,, \tag{1b}$$

gdzie $\lambda \geqslant 0$.

(a) Pokazać, że rozwiązanie analityczne ma postać

$$u(t) = -2\ln\left\{\frac{\cosh\left[(t-1/2)\theta/2\right]}{\cosh(\theta/4)}\right\}. \tag{2}$$

(bN) Znaleźć maksymalną wartość λ, dla której rozwiązanie postaci (2) istnieje.

(cN) Przy pomocy metody strzelania znaleźć numeryczne rozwiązania problemu (1) dla $\lambda = 1$. Czy numerycznie można znaleźć *oba* rozwiązania?

(dN) Jak achowuje się metoda strzelania dla parametru λ większego od wartości znalezionej w punkcie 1b?

2N. [1] Dany jest problem brzegowy

$$\frac{d}{dx}\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \tag{3a}$$
$$p(0) = 1\,, \quad q(2) = 1\,, \quad r(2) = 1\,. \tag{3b}$$

Znaleźć rozwiązanie problemu (3) dla $x \in [0,2]$ dyskretyzowanego na siatce o odległości węzłów (a) $h = 1/128$, (b) $h = 1/256$.

3*. Problem (3) można rozwiązać analitycznie. Znaleźć to rozwiązanie i porównać z rozwiązaniami numerycznymi z poprzedniego punktu.

PFG

[1] Jest to zadanie, formalnie rzecz biorąc, obejmujące materiał *następnego* wykładu.