

# Fizyka dla firm

## Zadania 61

P. F. Góra

17 maja 2023

1. Oblicz pierwsze i drugie pochodne cząstkowe następujących funkcji:

$$a(x, y) = xy \quad (1a)$$

$$b(x, y) = \frac{x}{y} \quad (1b)$$

$$c(x, y) = \sin(x + y) + \sin(x - y) \quad (1c)$$

$$d(x, y) = x \cdot \sin(y) - y \cdot \cos(x) \quad (1d)$$

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 \quad (1e)$$

$$g(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} \quad (1f)$$

$$h(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2 \quad (1g)$$

2. Znajdź Jakobiany następujących przekształceń:

(a) Współrzędne biegunowe:

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases} \quad (2a)$$

(b) Współrzędne cylindryczne:

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \\ z = z \end{cases} \quad (2b)$$

(c) Współrzędne eliptyczne:

$$\begin{cases} x = a r \cos \phi \\ y = b r \sin \phi \end{cases} \quad (2c)$$

(d) Współrzędne sferyczne:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \cos \phi \\ y = r \cos \theta \sin \phi \\ z = r \sin \theta \end{cases} \quad (2d)$$

(e) Współrzędne hiperboliczne ( $x, y > 0$ ):

$$\begin{cases} u = \ln \sqrt{\frac{x}{y}} \\ v = \sqrt{xy} \end{cases} \quad (2e)$$

(f) Obrót. Niech  $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{C}^n$ ,  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{n \times n}$  będzie macierzą unitarną. Przekształcenie ma postać

$$\mathbf{x}' = \mathbf{U}\mathbf{x}. \quad (2f)$$

PFG