

# Fizyka dla firm

## Zadania 55

P. F. Góra

2 czerwca 2021

1. Oblicz całki krzywoliniowe

$$\int_{\Gamma} 3x^2 dx - 2y dy \quad (1a)$$

gdzie droga całkowania  $\Gamma$  jest odcinkiem pomiędzy punktami  $(3, 6)$  a  $(1, -1)$ .

$$\int_G 2x^2 y dx - 4x dy \quad (1b)$$

gdzie droga całkowania  $G$  jest dolną połówką okręgu o promieniu 3, obchodzoną zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara.

$$\oint_K x^2 dx + y^2 dy \quad (1c)$$

gdzie  $K$  jest krzywą składającą się z odcinka  $(0, 0)$  do  $(0, 1)$ , łuku okręgu o promieniu 1 i odcinka od  $(1, 0)$  do  $(0, 0)$ .

$$\oint_K x^2 dx - y^2 dy \quad (1d)$$

gdzie  $K$  jest krzywą składającą się z odcinka  $(0, 0)$  do  $(0, 1)$ , łuku okręgu o promieniu 1 i odcinka od  $(1, 0)$  do  $(0, 0)$ .

$$\int_C y dx + x dy \quad (1e)$$

gdzie droga całkowania  $C$  jest fragmentem wykresu funkcji

$$y = \frac{3}{4} \cos(2\pi x) + \frac{3}{4} \sin(2\pi x) + \frac{1}{4} \cos(8\pi x) - \frac{1}{4} \sin(8\pi x) \quad (1f)$$

dla  $x \in [0, 1]$ .

Wskazówka: to zadanie można zrobić *bardzo* prosto.

2. Znajdź długość łuku paraboli  $y = ax^2$ ,  $x \in [0, 2]$ .

3. Oblicz całkę krzywoliniową *nieskierowaną*

$$\int_{\Gamma} (xy - 4z) ds \quad (2)$$

gdzie drogą całkowania jest odcinek pomiędzy punktami  $(1, 1, 0)$  a  $(2, 3, -2)$ .

4. Oblicz normę macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

indukowaną przez euklidesowy iloczyn skalarny w  $\mathbb{R}^4$ .

Wskazówka: Jaki jest *warunek* na to, aby dla  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$  zachodziło  $\|\mathbf{x}\| = 1$ ?

PFG