

# Fizyka dla firm

## Zadania 52

P. F. Góra

12 maja 2021

1. Wyznacz ekstrema warunkowe funkcji ( $f(x, y)$  oznacza funkcję,  $g(x, y) = 0$  — warunek):

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2, g(x, y) = x + y - 1, \quad (1a)$$

$$f(x, y) = x^2 + y^2, g(x, y) = xy - 1, \quad (1b)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3, g(x, y) = x + y - 2, x \geq 0, y \geq 0, \quad (1c)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, g(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - 1, \quad (1d)$$

$$f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y, g(x, y) = x - y + \frac{\pi}{4}, \quad (1e)$$

$$f(x, y) = a \sin^2 x + b \sin^2 y, g(x, y) = x - y + \frac{\pi}{4}, \quad (1f)$$

$$f(x, y) = 5x + 3y, g(x, y) = 4 \sin x - 3 \cos y, \quad (1g)$$

$$f(x, y) = x + y, g(x, y) = e^{x+y} - xy - 1, \quad (1h)$$

2. W przestrzeni  $\mathbb{R}^2$  zadano iloczyn skalarny  $\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y}$ , gdzie

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Oblicz normy następujących macierzy indukowane przez ten iloczyn skalarny:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2c)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2d)$$

Wskazówka: to *jest* zadanie na ekstrema warunkowe.

3. Znajdź równania stycznej i normalnej do następujących krzywych w podanym punkcie  $P$ :

$$y = \sqrt{2x^3 + x^2 + 1}, P(1, 2) \quad (3a)$$

$$y = x^3 - 2x + 1, P(1, 0) \quad (3b)$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - x + 1 = 0, P(2, 1) \quad (3c)$$

$$x^2 y^3 - y^2 - 4 = 0, P(1, 2) \quad (3d)$$

$$\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \\ t = 1/\sqrt{3} \end{cases} \quad (3e)$$

4. Znajdź równania stycznych do następujących krzywych w podanych punktach:

$$x^3 - py^2 = 0, (p, p) \quad (4a)$$

$$y^2(2r - x) - x^3 = 0, (r, r) \quad (4b)$$

$$x^3 - 3axy + y^3 = 0, (3a/2, 3a/2) \quad (4c)$$

$$x^3 + y^3 + 2x - 6 = 0, y = 3 \text{ lub } y = -3 \quad (4d)$$

$$r = e^{k\varphi} \quad (4e)$$

5. Spróbuj naszkicować krzywe z poprzedniego zadania (można posłużyć się jakimś programem graficznym).

PFG