

Fizyka dla firm

Zadania 46

P. F. Góra

31 marca 2021

1. Oblicz normy następujących macierzy, indukowane przez normę euklidesową wektorów lub jej odpowiednik w przestrzeni \mathbb{C}^n :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & i & i \\ -i & -1 & i \\ -i & -i & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

2. Proszę wyjaśnić, dlaczego wynik przykładu (7) jest, jaki jest? (To nie jest wynik “przypadkowy”, ma swój powód matematyczny.)
3. W przestrzeni \mathbb{R}^2 zadajemy iloczyn skalarny w postaci

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y}, \quad (8)$$

gdzie \mathbf{A} jest macierzą (2). Znajdź warunek, jaki musi spełniać wektor $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^2$, aby jego norma generowana przez ten iloczyn skalarny wynosiła 1.

4. Narysuj kulę otwartą o środku w punkcie $(0, 0)$ i promieniu 1 w przestrzeni \mathbb{R}^2 z normą Manhattan.

PFG