Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 6

18.11.2004

(wyjątkowo czwartek, godz 9:00, bibl. pteprintów)

1. Proszę dokończyć zadanie z poprzedniego zestawu:

   Cząstka o masie m i ładunku e porusza się w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Funkcja Lagrange'a dla tego przypadku ma postać:

   $$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}).$$

   Wyliczyć propagator dla ruchu od punktu $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ do punktu $\vec{b} = (x_b, y_b, z_b)$ w czasie T.

   Wsakzówka: Działanie S_{cl} najlepiej wyliczyć we współrzędnych walcowych:

   $$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z.$$

   Po wyliczeniu funkcji Lagrange'a w tych zmiennych okaże się, że wygodnie jest użyć nowej zmiennej $\phi = \varphi + \omega t/2$, gdzie $\omega = eB/mc$. Odpowiada to przejściu do układu obracającego się z prędkością $\omega/2$. W tym nowym układzie funkcja Lagrange'e separuje się na trzy niezależne funkcje opisujące ruch cząstki swobodnej i dwa oscylatory harmoniczne. Pozwala to na natychmiastowe napisanie propagatora, który następnie trzeba przepisać w zmiennych wyjściowych.

2. Poziomy Landaua.

   Rozpatrzyć ruch cząstki naładowanej w stałym polu magnetycznym $\vec{B}$ skierowanym wzdłuż osi $\hat{z}$. W podręczniku Landaua (par. 112) problem ten jest rozwiązany dla potencjału elektromagnetycznego

   $$\vec{A} = B\,(-y, 0, 0).$$

   Jednakże możliwy jest inny wybór potencjału:

   $$\vec{A} = \frac{B}{2}\,(-y, x, 0).$$

   Proszę znaleźć energię w obu przypadlkach.

   WSKAZÓWKA. W drugim przypadku warto zastanowić się nad zastosowaniem rachunku zaburzeń.