Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 5

9.11.2004

1. Wyliczyć propagator dla oscylatora harmonicznego ze *stałą* siłą wymuszającą całkując ogólny wzór z poprzednich ćwiczeń. Porównać ze wzorem otrzymanym bezpośrednim rachunkiem, polegającym na dopełnieniu funkcji Lagrange'a do pełenego kwadratu i odpowiedniej zamianie zmiennych. W tych nowych zmiennych Lagrangian ma postać stałej plus Lagragian dla oscylatora niewymuszonego.

2. Przeprowadzając granicę $\omega \to 0$ wyliczyć propagator cząstki „swobodnej" poruszającej się pod wpływem stałej siły.

3. Cząstka o masie m i ładunku e porusza się w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Funkcja Lagrange'a dla tego przypadku ma postać:

   $$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}).$$

   Wyliczyć propagator dla ruchu od punktu $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ do punktu $\vec{b} = (x_b, y_b, z_b)$ w czasie T.

   Wsakzówka: Działanie S_{cl} najlepiej wyliczyć we współrzędnych walcowych:

   $$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z.$$

   Po wyliczeniu funkcji Lagrange'a w tych zmiennych okaże się, że wygodnie jest użyć nowej zmiennej $\phi = \varphi + \omega t/2$, gdzie $\omega = eB/mc$. Odpowiada to przejściu do układu obracającego się z prędkością $\omega/2$. W tym nowym układzie funkcja Lagrange'e separuje się na trzy niezależne funkcje opisujące ruch cząstki swobodnej i dwa oscylatory harmoniczne. Pozwala to na natychmiastowe napisanie propagatora, który następnie trzeba przepisać w zmiennych wyjściowych.