Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 4

2.11.2004

1. Znaleźć propagator dla oscylatora harmonicznego z siłą wymuszającą. W tym celu należy wyliczyć działanie klasyczne. Aby wyliczyć trajektorię klasyczną, należy znaleźć funkcję Greena dla równania oscylatora i następnie scałkować ją ze źródłem. Przy wyliczaniu działania warto scałkować przez części z człon kinetyczny i skorzystać z równań ruchu.

2. Wyliczyć propagator dla oscylatora harmonicznego ze *stałą* siłą wymuszającą całkując ogólny wzór z poprzedniego zadania. Porównać ze wzorem otrzymanym bezpośrednim rachunkiem, polegającym na dopełnieniu funkcji Lagrange'a do pełenego kwadratu i odpowiedniej zamianie zmiennych. W tych nowych zmiennych Lagrangian ma postać stałej plus Lagragian dla oscylatora niewymuszonego.

3. Cząstka o masie m i ładunku e porusza się w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Funkcja Lagrange'a dla tego przypadku ma postać:

$$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}).$$

   Wyliczyć propagator dla ruchu od punktu $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ do punktu $\vec{b} = (x_b, y_b, z_b)$ w czasie T.

   Wsakzówka: Działanie S_{cl} najlepiej wyliczyć we współrzędnych walcowych:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z.$$

   Po wyliczeniu funkcji Lagrange'a w tych zmiennych okaże się, że wygodnie jest użyć nowej zmiennej $\phi = \varphi + \omega t/2$, gdzie $\omega = eB/mc$. Odpowiada to przejściu do układu obracającego się z prędkością $\omega/2$. W tym nowym układzie funkcja Lagrange'e separuje się na trzy niezależne funkcje opisujące ruch cząstki swobodnej i dwa oscylatory harmoniczne. Pozwala to na natychmiastowe napisanie propagatora, który następnie trzeba przepisać w zmiennych wyjściowych.