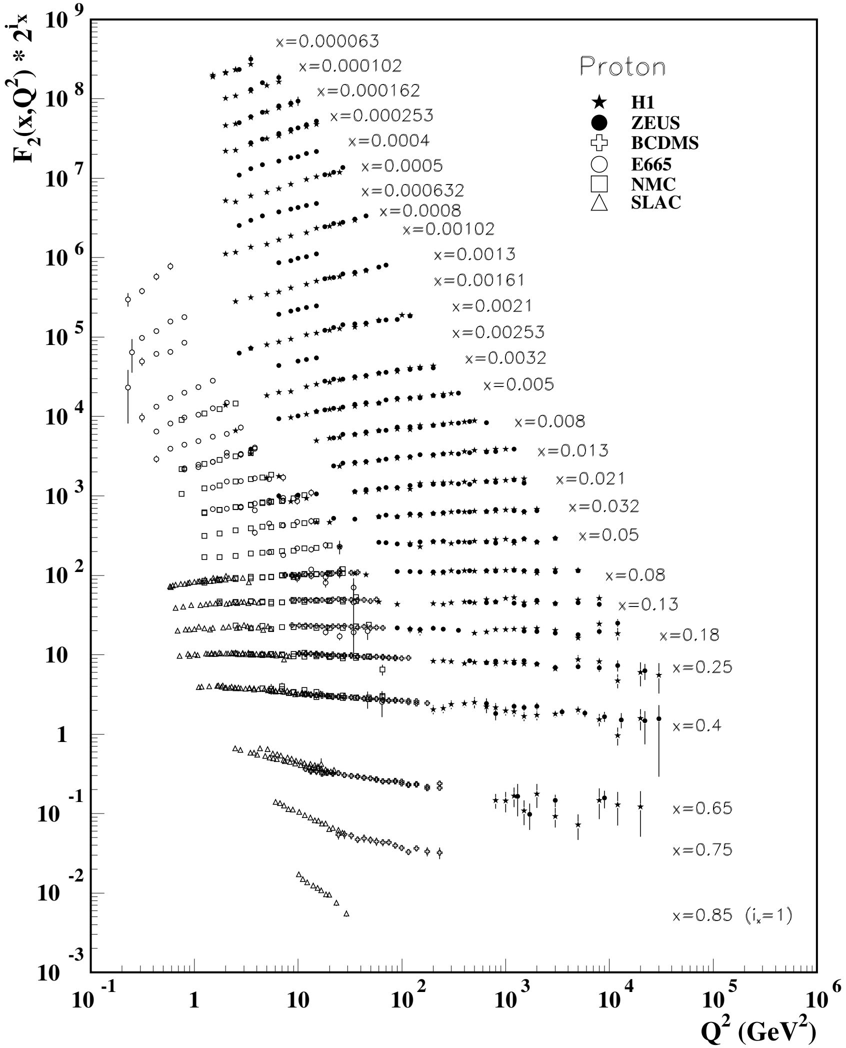
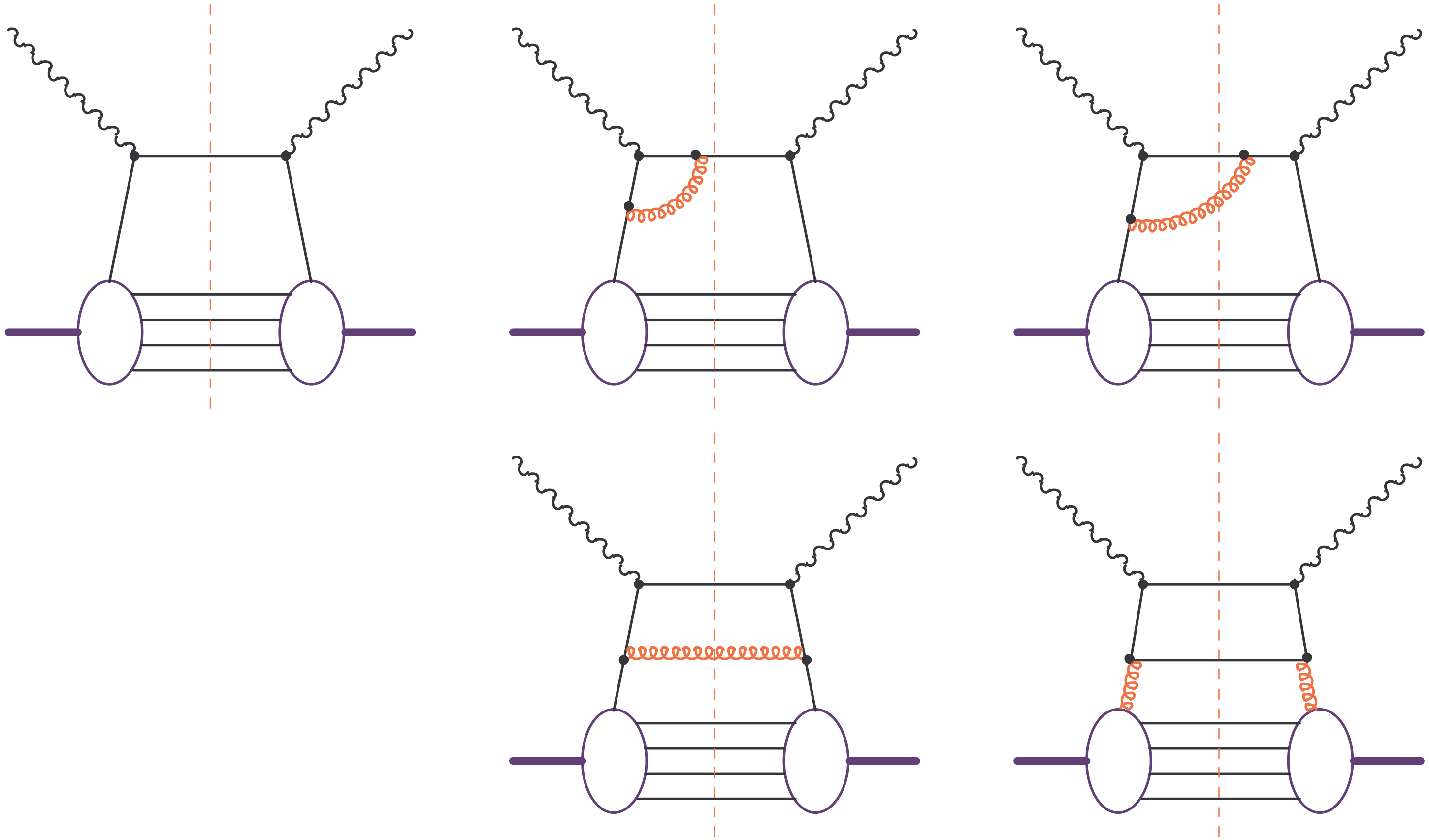
Łamanie skalowania Bjorkena

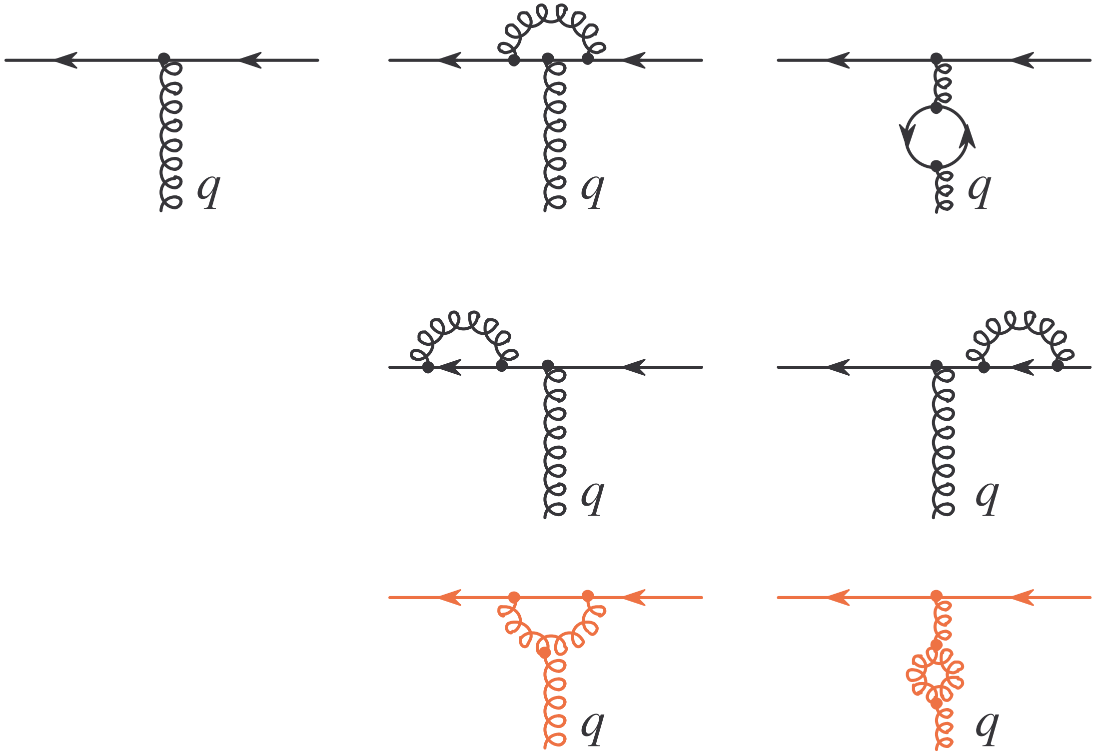


Poprawki radiacyjne



Dlaczego można stosować rachunek zaburzeń, przecież stała sprzężenia jest duża (oddziaływania są silne)?

Poprawki kwantowe - rozbieżności



Poprawki do wierzchołka fermion-bozon wektorowy. Kolorem czarnym narysowane są diagramy wspólne dla QED i teorii nieabelowej, kolorem czerwonym dodatkowe diagramy, które istnieją tylko w teorii nieabelowej.

Te diagramy zawierają całki rozbieżne **logarytmicznie**.

Regularyzacja

- Obcięcie czterowymiarowe ($\Lambda \to \infty$)

$$\underbrace{g^2 \int^{\infty} \frac{dk}{k + \ldots}}_{\text{skończone}} \to g_\Lambda^2 \int^{\Lambda} \frac{dk}{k + \ldots} = g_\Lambda^2 \ln \Lambda + \text{skończone}$$

- Regularyzacja wymiarowa ($\varepsilon \to 0$)

$$\underbrace{g^2 \int^{\infty} \frac{dk}{k + \ldots}}_{\text{skończone}} \to g_\varepsilon^2 \int^{\infty} k^{-\varepsilon} \frac{dk}{k + \ldots} = g_\varepsilon^2 \frac{1}{\varepsilon} \; k^{-\varepsilon}\Big|_{\text{skończone}}^{\infty} \to -g_\varepsilon^2 \frac{1}{\varepsilon} \times \text{skończone}$$

Renormalizacja

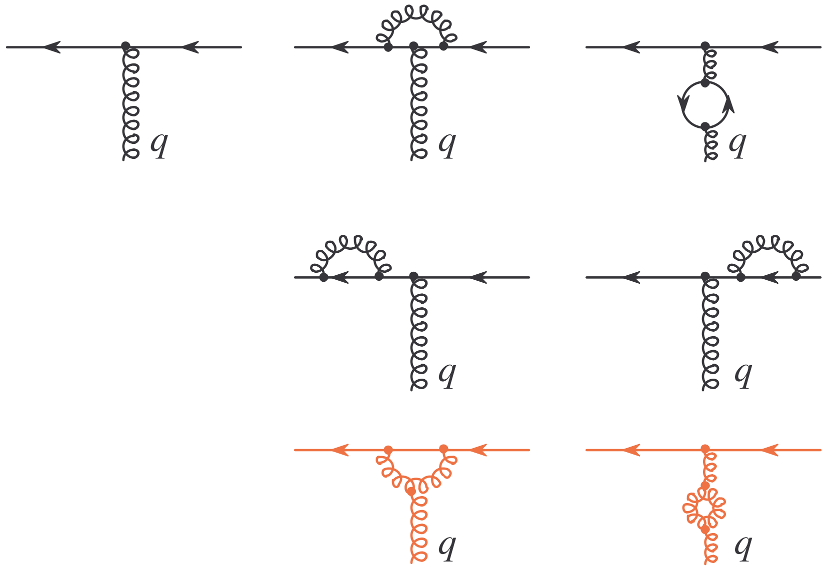
Renormalizacja polega na *wepchnięciu* nieskończoności do

- stałej sprzężenia,
- mas cząstek,
- funkcji falowych.

Jeśli tylko skończona liczba typów rozbieżności się pojawia, która się daje usunąć w ten sposób, to mówimy, że teoria jest *renormalizowalna.*

Nawet jeżeli w teorii nie było stałej wymiarowej (wszystkie masy kładziemy zero, stała sprzężenia jest bezwymiarowa), to renormalizacja wprowadza zależność stałej sprzężenia od pewnej stałej wymiarowej.

Renormalizacja c.d.



Ponieważ w opisywanym problemie mamy tylko jedną zmienną wymiarową $Q^2 = -q^2$ ($m = 0$), zregularyzowne wyrażenie może zawierać potencjalną rozbieżność jedynie jako logarytm stosunku Q^2/Λ^2:

$$\text{(suma diagramów z rysunku)} = g_\Lambda \left(1 - g_\Lambda^2 \left(a \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + \ldots\right) + \ldots\right)$$

Renormalizacja polega na wciągnięciu nieskończoności do g_Λ.

Renormalizacja c.d.

Rozwińmy potencjalnie nieskończoną stałą g_Λ w funkcji skończonej stałej sprzężenia g:

$$g_\Lambda = g - ag^3 \ln \frac{\Lambda^2}{Q_0^2} + \ldots$$

$$\begin{aligned}
(\text{suma}) &= g_\Lambda \left(1 - g_\Lambda^2 \left(a \ \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + \ldots \right) + \ldots \right) \\
&= \left(g - ag^3 \ln \frac{\Lambda^2}{Q_0^2} + \ldots \right) \left(1 - \left(g - ag^3 \ln \frac{\Lambda^2}{Q_0^2} + \ldots \right)^2 \left(a \ \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + \ldots \right) + \ldots \right) \\
&= g - ag^3 \ln \frac{\Lambda^2}{Q_0^2} - g^3 a \ \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + \ldots \\
&= g - ag^3 \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} + \ldots = g(Q^2).
\end{aligned}$$

Renormalizacja c.d.

Lepiej zapisać to dla stałej g^2:

$$g^2(Q^2) = g^2 - 2ag^4 \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} + \ldots = \frac{g^2}{1 + 2ag^2 \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}}$$

Co to jest g^2?

$$g^2 = g^2(Q_0^2)$$

Spróbujemy nieznaną wartość g w arbitralnym (acz ustalonym) punkcie Q_0^2 zastąpić przez nową stałą wymiarową, którą oznaczymy Λ_{QCD}. Najpierw przepiszmy

$$\frac{1}{g^2(Q^2)} = \frac{1}{g^2(Q_0^2)}\left(1 + 2ag^2(Q_0^2) \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}\right) = \frac{1}{g^2(Q_0^2)} + 2a \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}$$

co daje

$$\frac{1}{g^2(Q^2)} - 2a \ln Q^2 = \frac{1}{g^2(Q_0^2)} - 2a \ln Q_0^2 \overset{\text{ozn.}}{=} -2a \ln \Lambda_{\mathrm{QCD}}^2$$

co daje (to jest wzór asymptotyczny dla dużego Q^2)

$$\frac{1}{g^2(Q^2)} = 2a \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\mathrm{QCD}}^2} \to g^2(Q^2) = \frac{1}{2a \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\mathrm{QCD}}^2}}$$

Biegnąca stała sprzężenia

Jeżeli a jest ujemne to wzór

$$g^2(Q^2) = \frac{g^2}{1 + 2ag^2 \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}}$$

ma osobliwość (biegun Landaua w elektrodynamice), jeżeli a jest dodatnie, $g^2(Q^2)$ znika dla dużych Q^2 (asymptotyczna swoboda). Używając (standardowa notacja):

$$\alpha(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2_{\mathrm{QCD}}}}, \quad \beta_0 = \frac{11}{3} C_A - \frac{2}{3} n_f$$

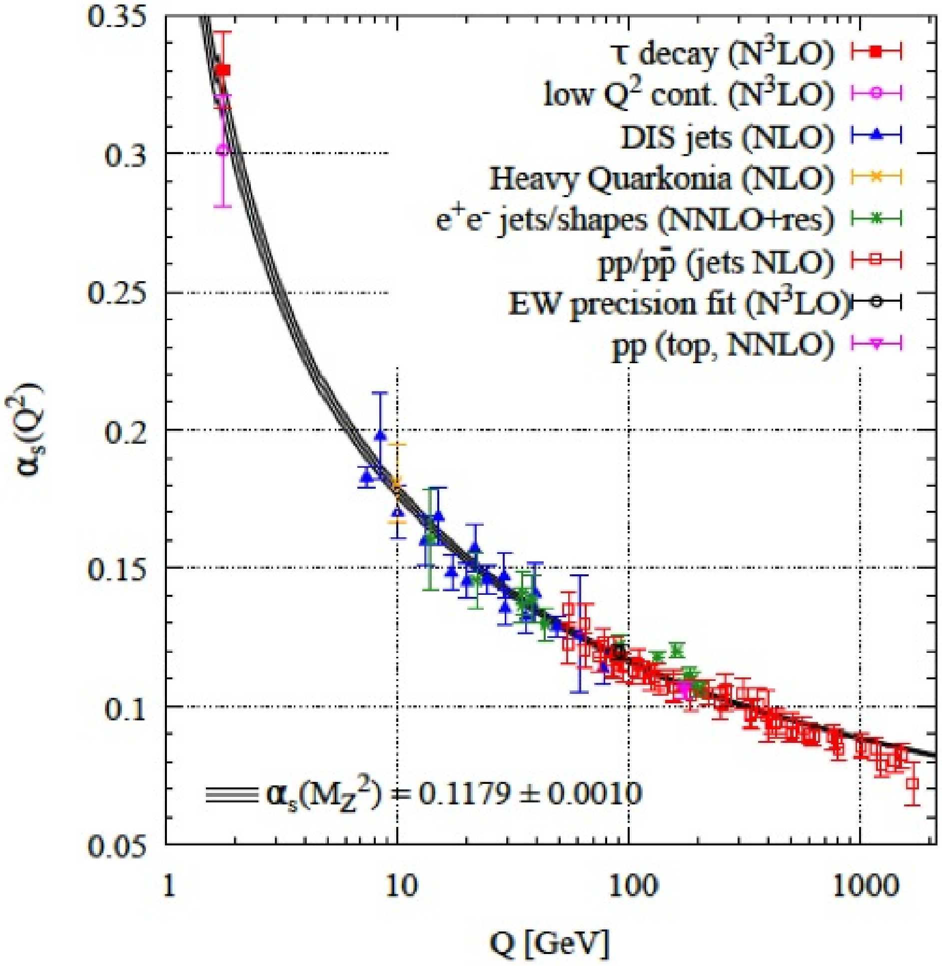
gdzie

$n_f \rightarrow$ liczba kwarków w diagramie pętlowym

$C_A \rightarrow$ operator Casimira dla grupy $\mathrm{SU}(N_c)$

$\Lambda_{\mathrm{QCD}} \approx 300$ MeV, zależy od schematu renormalizacji, rzędu rachunku zaburzeń

Asymptotyczna swoboda tłumaczy, dlaczego z zderzeniu głęboko nieelastycznym można stosować rachunek zaburzeń.



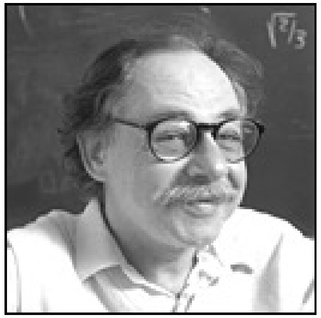
Rysunek 1: Biegnąca stała sprzężenia (PDG 2019).

Asymptotyczna swoboda

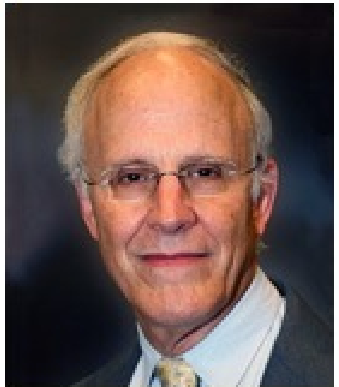
1973: Gross & Wilczek w Princeton oraz Politzer (student Colemana, który był na sabattical w Princeton) na Harvardzie wyliczyli funkcję beta dla teorii Yanga-Millsa

Gross:

For me the discovery of asymptotic freedom was totally unexpected. Like an atheist who has just received a message from a burning bush, I became an immediate true believer. Field theory wasn't wrong–instead scaling must be explained by an asymptotically free gauge theory



Nobel 2004



Asymptotyczna swoboda (prehistoria)

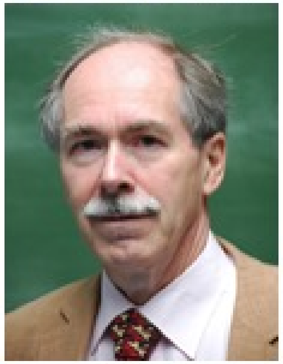
$$b_1 = -[\frac{11}{6}C_A - \frac{2}{3}\sum_R n_R T_R]$$

- 1965 Mikhail Terentyev & Vlasimir Vanyashin (ITEP)
  błąd: 11× 2 = 22, ich wynik = 21

Ваняшин В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **48** 565 (1965) [Vanyashin V S, Terentyev M V *Sov. Phys. JETP* **21** 375 (1965)]

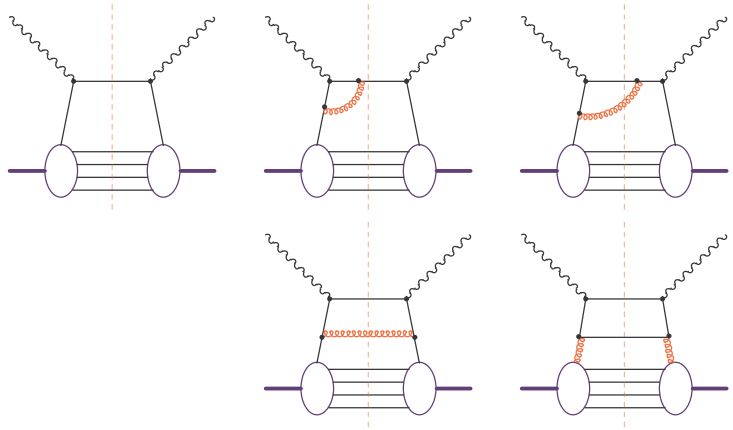
- 1969 Iosif Khripovich (Nowosybirsk)
  (cechowanie Coulomba)

Хриплович И Б *ЯФ* **10** 410 (1969) [Khriplovich I B *Sov. J. Nucl. Phys.* **10** 235 (1970)]



- 1972 Gerald 't Hooft
  konferencja w Marsylii, dyskusja po referacie Kurta Symanzika

Ewolucja rozkładów partonowych



Ostatecznie mamy zespół równań (Dokshitzera–Gribova-Lipatova) Altarelliego-Parisiego, który sumuje emisje kolinearne:

$$Q^2 \frac{d}{dQ^2} q_i(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[P_{qq} \otimes q_i(Q^2) + P_{qG} \otimes G(Q^2) \right]$$

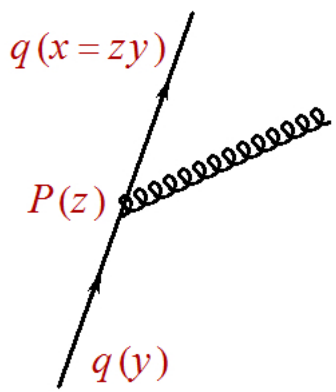
$$Q^2 \frac{d}{dQ^2} G(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[P_{Gq} \otimes \sum_i q_i(Q^2) + P_{GG} \otimes G(Q^2) \right]$$

Równania DGLAP

$$Q^2 \frac{d}{dQ^2} q_i(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[P_{qq} \otimes q_i(Q^2) + P_{qG} \otimes G(Q^2) \right]$$

$$Q^2 \frac{d}{dQ^2} G(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[P_{Gq} \otimes \sum_i q_i(Q^2) + P_{GG} \otimes G(Q^2) \right]$$

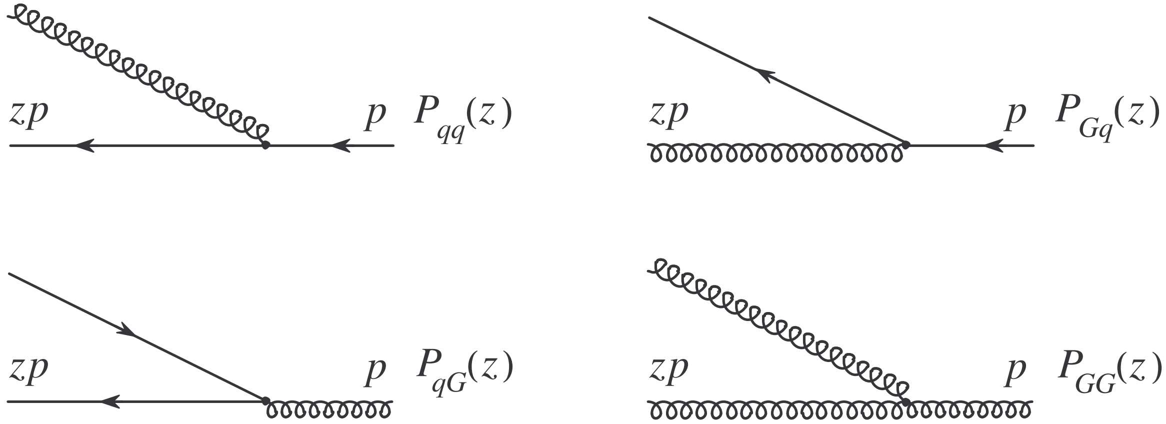
W równaniu użyliśmy konwolucję w zmiennej $p_{\text{parton}} = x P_{\text{proton}}$:



$$P_{qq} \otimes q = \int_0^1 dz \int_0^1 dy \, \delta(x - zy) P_{qq}(z) q(y)$$

$$= \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) q(y) = \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) q\left(\frac{x}{z}\right)$$

Prawdopodobieństwa Altarelli-Parisi



(czas płynie w lewo) Wyrażenia analityczne:

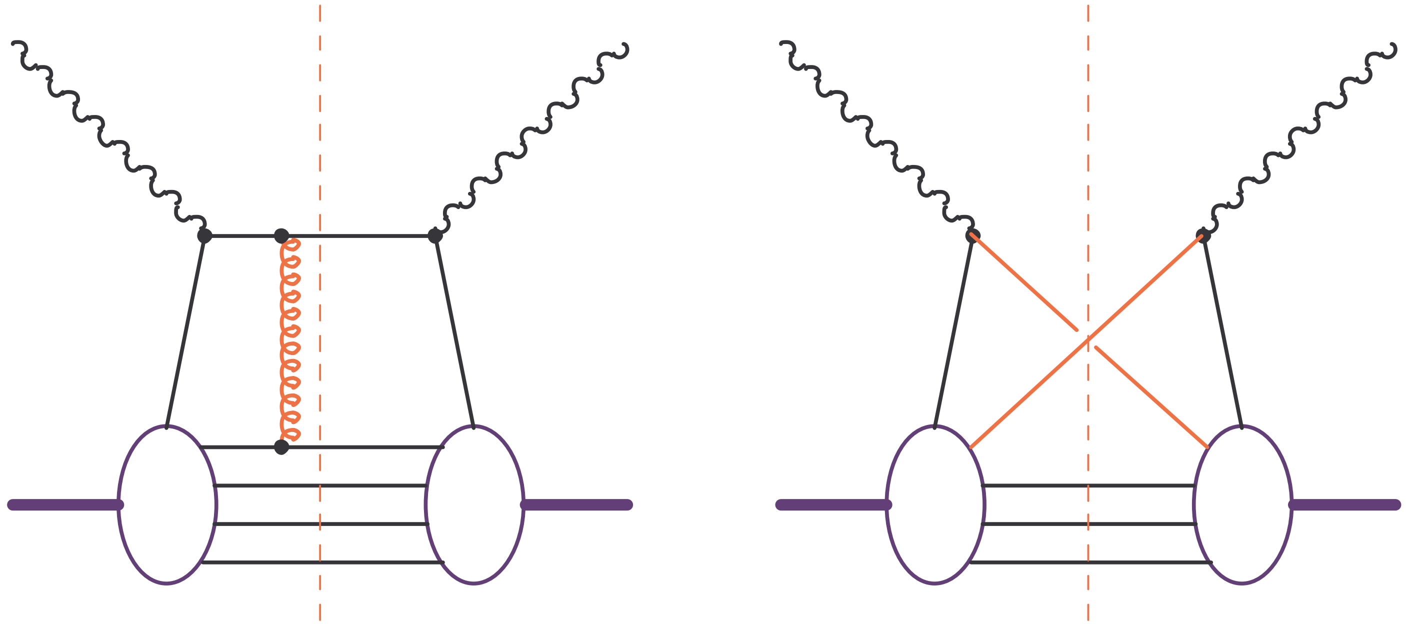
$$P_{qq}(z) = C_F \left(\frac{1+z^2}{1-z} \right)_+ , \quad P_{Gq}(z) = C_F \frac{1+(1-z)^2}{z}, \quad P_{qG}(z) = \frac{1}{2} \left[z^2 + (1-z)^2 \right]$$

$$P_{GG}(z) = 2C_A \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{11}{3} C_A - \frac{2}{3} n_f \right) \delta(1-z)$$

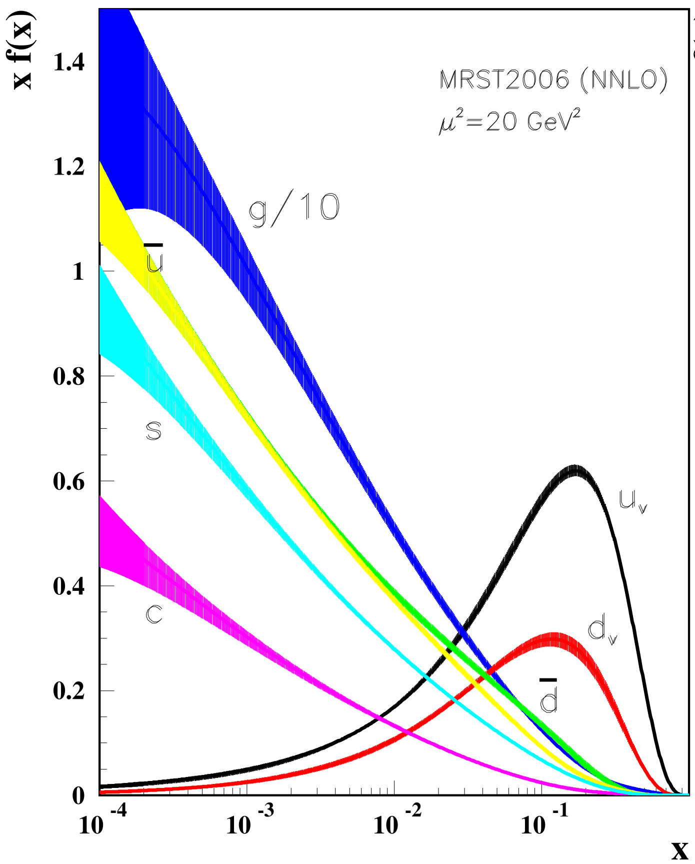
Interpretacja

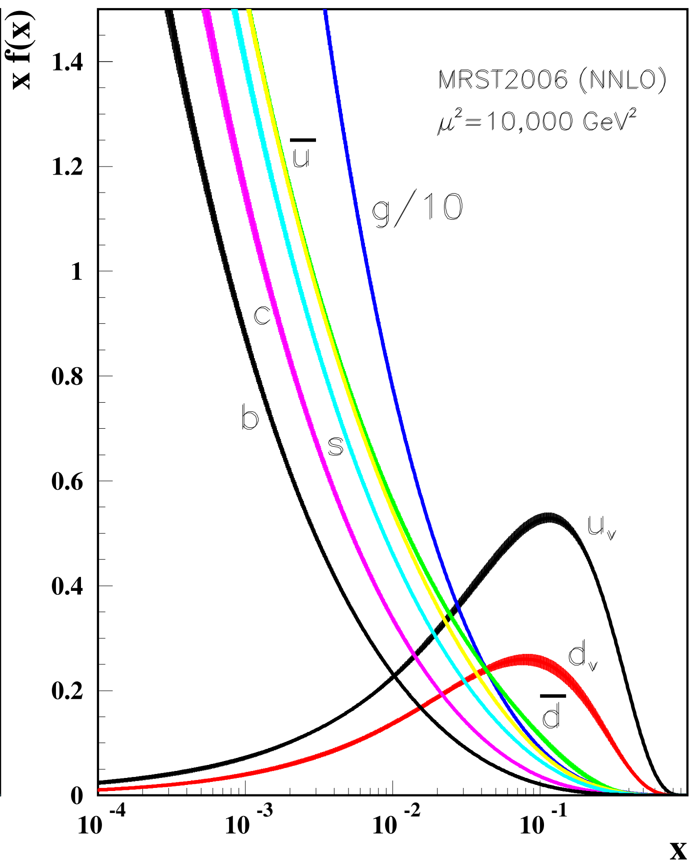
- ze wzrostem Q^2 rośnie przestrzeń fazowa, można wyemitować nowe gluony
- rozdzielczość $d \sim 1/Q$ – widzimy więcej coraz mniejszych obiektów

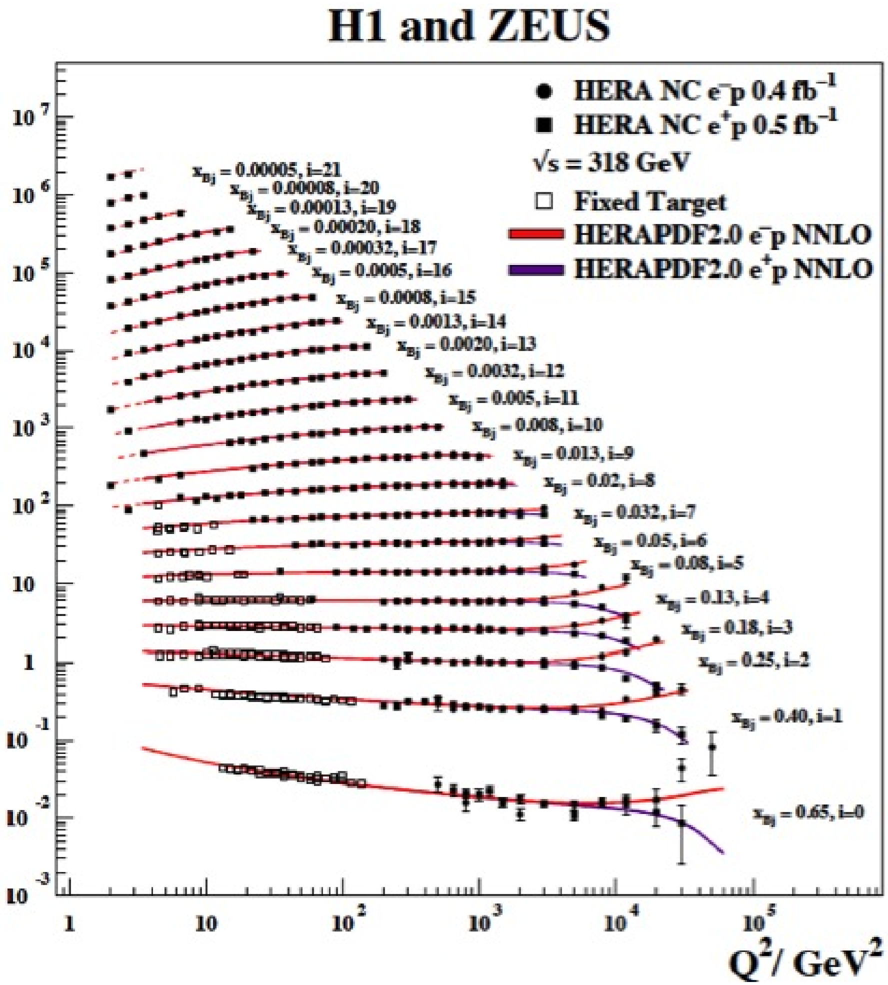
Poprawki których nie bierzemy pod uwagę:



Rozkłady partonów i ewolucja DGLAP



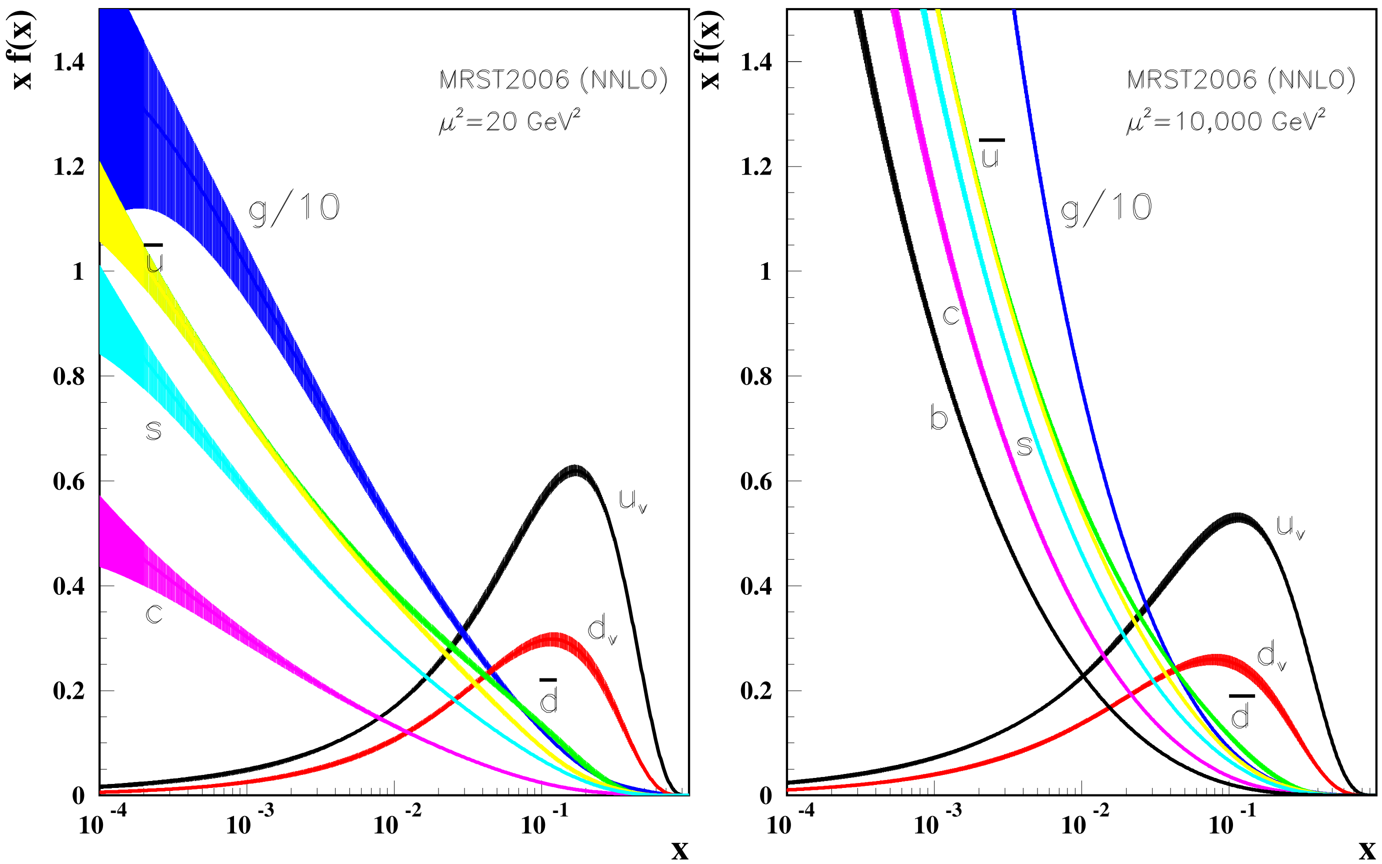



H1 and ZEUS
HERA NC e⁻p 0.4 fb⁻¹
HERA NC e⁺p 0.5 fb⁻¹
√s = 318 GeV
Fixed Target
HERAPDF2.0 e⁻p NNLO
HERAPDF2.0 e⁺p NNLO
x_Bj = 0.00005, i=21
x_Bj = 0.00008, i=20
x_Bj = 0.00013, i=19
x_Bj = 0.00020, i=18
x_Bj = 0.00032, i=17
x_Bj = 0.0005, i=16
x_Bj = 0.0008, i=15
x_Bj = 0.0013, i=14
x_Bj = 0.0020, i=13
x_Bj = 0.0032, i=12
x_Bj = 0.005, i=11
x_Bj = 0.008, i=10
x_Bj = 0.013, i=9
x_Bj = 0.02, i=8
x_Bj = 0.032, i=7
x_Bj = 0.05, i=6
x_Bj = 0.08, i=5
x_Bj = 0.13, i=4
x_Bj = 0.18, i=3
x_Bj = 0.25, i=2
x_Bj = 0.40, i=1
x_Bj = 0.65, i=0
Q²/ GeV²

Dane

- SLAC (Stanford Linear Accelerator Center, Menlo Park) 1961 – długość 3.2 km, przyśpieszał elektrony, które uderzały w stacjonarną tarczę, E =50 GeV
- HERA akcelerator w DESY (Deutschess Elektronen-Synchrotron, Hamburg) 1992–2007 – akcelerator kołowy 6,336 km, zderzenia przeciwbieżnych wiazek e^+e^-, $\sqrt{s} =$ 318 GeV, eksperymenty H1, ZEUS, HERMES, HERA-B
- EIC (Electron Ion Collider, Brookaven) planowany na 2028 (?)

Rozkłady partonów i ewolucja DGLAP



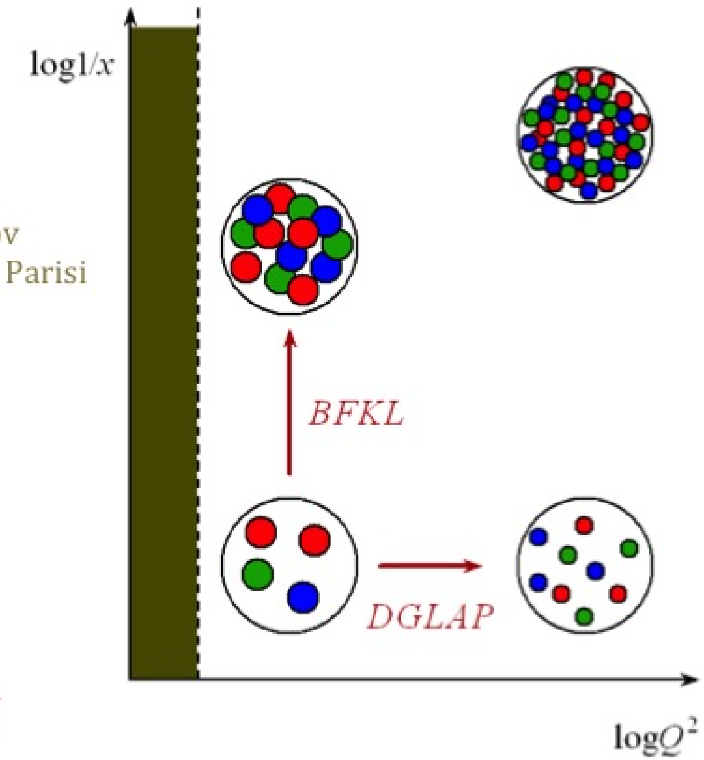
DGLAP vs. BFKL evolution

small x
large W

Dokshitzer, Gribov
Lipatov, Alterelli, Parisi

Balitsky, Fadin,
Kuraev, Lipatov

large x
small W



Podsumowanie

- Teorie z symetrią cechowania są renornmalizowalne
- Transmutacja wymiarowa: Λ_{QCD}
- Biegnąca stała sprzężenia: $\alpha_s(Q^2)$
- Równania ewolucji $Q^2\, d/dQ^2$ – DGLAP, $x\, d/dx$ – BFKL
- Rozkłady partonów wymagają nieperturbacyjnych (doświadczalnych) warunków początkowych
- Saturacja