

Wstęp do fizyki cząstek elementarnych

Zestaw 2

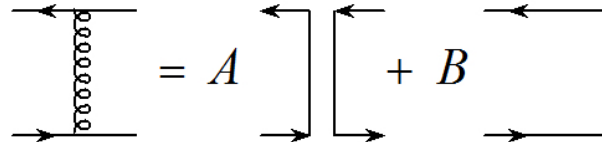
1. Dla macierzy Pauliego, oznaczonych przez τ_m , znaleźć macierz unitarną U , transformującą je w następujący sposób:

$$U\tau_m U^\dagger = -\tau_m^*.$$

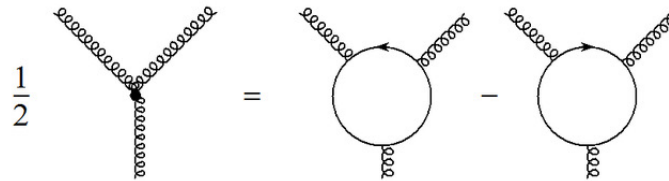
2. Korzystając z metod graficznych diskutowanych na wykładzie znaleźć dla grupy $SU(N)$ współczynniki A i B w rozkładzie

$$\sum_{m=1}^{N^2-1} T_{ba}^m T_{cd}^m = A\delta_{bd}\delta_{ac} + B\delta_{ba}\delta_{cd},$$

który zilustrowany jest na rysunku (dla ułatwienia obliczeń na rysunku zamieniono kolejność indeksów cd , co skutkuje odwróceniem strzałki w dolnej części diagramu). Zinterpretować otrzymany wynik w granicy $N \rightarrow \infty$.



3. Korzystając z podanych na wykładzie reguł komutacji wykazać tożsamość:



4. Stosując wzory z poprzednich zadań, obliczyć wartość własną operatora Casimira dla reprezentacji dołączonej, której generatory T_k są opisane macierzami $[T_k]_l^m$:

$$[T_k]_l^m \equiv T_{kl}^m = i f_{klm}, \quad k, l, m = 1, \dots, N^2 - 1.$$

Wskazówka: należy użyć podaną w treści zadania postać generatorów reprezentacji dołączonej w ogólnym wyrażeniu na operator Casimira.

5. Dla reprezentacji fundamentalnej grupy $SU(3)$, korzystając z podanej na wykładzie jawnej postaci macierzy Gell-Manna, obliczyć

$$I_\pm = I_1 \pm iI_2,$$

$$V_\pm = T_4 \pm iT_5,$$

$$U_\pm = T_6 \pm iT_7.$$

Jak te operatory działają na stany reprezentacji fundamentalnej?

6. Obliczyć reguły komutacji dla par macierzy Gell-Manna wybranych spośród

$$\Lambda_1 = \lambda_5, \Lambda_2 = -\lambda_2, \Lambda_3 = \lambda_7.$$

Obliczyć

$$\Lambda_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2.$$

Zinterpretować otrzymane wyniki.